

Um Novo Algoritmo para Atribuição de Índices: Avaliação em Quantização Vetorial de Imagens

E.A. LIMA¹, Universidade Católica de Pernambuco, 50050-900 Recife, PE, Brasil.

G.G.M. MELO², [gm]² Intelligent Systems, 13083-270 Campinas, SP, Brasil;
Universidade Estadual de Campinas, 13081-970 Campinas, SP, Brasil.

W.T.A. LOPES³, Faculdade ÁREA1FTE, 41720-200 Salvador, BA, Brasil.

F. MADEIRO⁴, Universidade Católica de Pernambuco, 50050-900 Recife, PE,
Brasil.

Resumo. A quantização vetorial (QV) tem sido amplamente utilizada em sistemas de codificação de imagens, permitindo a obtenção de taxas de compressão elevadas. No entanto, a QV é muito sensível a erros de canal, que podem levar a bloqueamentos espúrios muito incômodos nas imagens reconstruídas. No presente trabalho, é apresentado um novo método de atribuição de índices aos vetores-código, baseado em otimização discreta no espaço das permutações, visando tornar a QV mais robusta aos erros de canal.

Palavras-chave. Quantização vetorial robusta, transmissão de imagens, otimização discreta.

1. Introdução

A compressão de imagens tem como objetivo fundamental reduzir o número de bits necessários para representá-las adequadamente e desempenha um papel importante em aplicações que necessitam da minimização dos requisitos de largura de faixa e/ou capacidade de armazenamento. A quantização vetorial (QV) [4, 5] tem sido utilizada em sistemas de codificação de imagens (e.g. [2, 8]), permitindo a obtenção de taxas de compressão elevadas.

A QV apresenta uma grande sensibilidade a erros de canal. Seu desempenho em canais ruidosos tem sido objeto de estudo de diversos pesquisadores, e.g. [1, 3, 10, 13, 14].

Há duas abordagens principais para o problema de QV em canais ruidosos: quantização vetorial otimizada para canal (COVQ, *channel-optimized vector quantization*) e atribuição de índices (IA, *index assignment*). A primeira busca otimizar

¹eal@dei.unicap.br

²glaucom@gm2.com.br

³waslon.lopes@area1fte.edu.br

⁴madeiro@dei.unicap.br

o quantizador vetorial para uma condição específica de canal. A segunda parte de um quantizador vetorial otimizado para fonte (obtido, por exemplo, pelo algoritmo Linde-Buzo-Gray, LBG [9]) e aplica uma atribuição adequada de índices binários aos vetores de reconstrução. Dentre as técnicas de IA, duas muito populares são o *Pseudo-Gray Coding* [14] e o algoritmo *Simulated Annealing* (SA) [3].

Este trabalho contempla a quantização vetorial robusta, especificamente a técnica de IA. São apresentados resultados de simulação referentes ao canal binário simétrico (BSC — *Binary Symmetric Channel*) [7], o qual é um modelo amplamente usado em simulações de sistemas de comunicações digitais.

O presente artigo apresenta um novo algoritmo de IA, baseado em uma busca sistemática, segundo o algoritmo de Wilf, no espaço das permutações. Os resultados de simulação mostram que o algoritmo proposto, quando comparado ao *Simulated Annealing*, leva a imagens reconstruídas com melhor qualidade, em termos de relação sinal-ruído de pico (PSNR — *Peak Signal to Noise Ratio*).

2. Quantização Vetorial

A quantização vetorial [4, 5] pode ser definida como um mapeamento Q de um vetor de entrada \mathbf{x} pertencente ao espaço euclidiano K -dimensional, \mathbb{R}^K , em um vetor pertencente a um subconjunto finito W de \mathbb{R}^K , ou seja, $Q : \mathbb{R}^K \rightarrow W$. O dicionário $W = \{\mathbf{w}_i; i = 1, 2, \dots, N\}$ é o conjunto de vetores de reprodução (também denominados vetores-código ou vetores de reconstrução), K é a dimensão do quantizador vetorial e N é o tamanho do dicionário (número de vetores-código).

O mapeamento Q introduz um particionamento de \mathbb{R}^K em N células (denominadas regiões de Voronoi) $V_i, i = 1, 2, \dots, N$, tais que

$$\bigcup_{i=1}^N V_i = \mathbb{R}^K \text{ e } V_i \cap V_j = \emptyset \text{ para } i \neq j, \quad (2.1)$$

em que cada célula V_i é definida por

$$V_i = \{\mathbf{x} : Q(\mathbf{x}) = \mathbf{w}_i\}. \quad (2.2)$$

O vetor-código \mathbf{w}_i constitui o vetor representativo de todos os vetores de entrada pertencentes à célula V_i .

Em um sistema de compressão de sinais baseado em QV, apresentado na Figura 1, um quantizador vetorial pode ser visto como a combinação de duas funções: um codificador e um decodificador. Dado um vetor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^K$, da fonte a ser codificada, o codificador calcula a distorção $d(\mathbf{x}, \mathbf{w}_i)$ entre esse vetor de entrada (vetor a ser quantizado) e cada vetor-código do dicionário W . A regra ótima para codificação é a regra do vizinho mais próximo, na qual uma representação binária do índice I , denotada por \mathbf{b}_I , é transmitida ao decodificador se o vetor-código \mathbf{w}_I corresponder à menor distorção, isto é, se \mathbf{w}_I for o vetor-código que apresenta a maior similaridade com \mathbf{x} dentre todos os vetores-código do dicionário. Em outras palavras, o codificador usa a regra de codificação $\mathcal{C}(\mathbf{x}) = \mathbf{b}_I$ se $d(\mathbf{x}, \mathbf{w}_I) < d(\mathbf{x}, \mathbf{w}_i), \forall i \neq I$. Ao receber a representação binária $\mathbf{b}_I = (b_1(I), b_2(I), \dots, b_m(I))$ do índice I , o decodificador de

fonte, que dispõe de uma cópia do dicionário W , simplesmente procura pelo I -ésimo vetor-código e produz o vetor \mathbf{w}_I como a reprodução (versão quantizada) de \mathbf{x} . Em outras palavras, é utilizada a seguinte regra de decodificação: $\mathcal{D}(\mathbf{b}_I) = \mathbf{w}_I$.

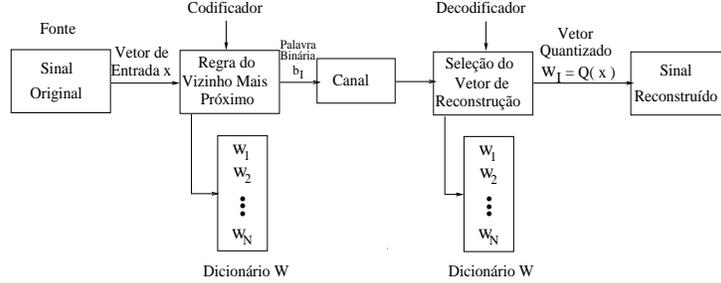


Figura 1: Codificação/decodificação em um sistema de codificação baseado em QV.

3. QV em Canais Ruidosos

Quando o sistema de comunicação envolve a utilização de um canal ruidoso, o desempenho do dicionário pode ser seriamente prejudicado.

Considere o sistema apresentado na Figura 2. O objetivo do sistema de comunicação é transmitir uma seqüência de vetores $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}\} \subset \mathbb{R}^K$ através de um canal ruidoso, utilizando, para tanto, QV dos vetores de entrada (vetores da fonte) \mathbf{x} . Seja $\mathbf{b}_i \in \{0, 1\}^m$ a palavra-binária de m bits (usualmente, $m = \log_2 N$) enviada pelo codificador. Devido a erros de canal, considere que o decodificador recebe a palavra-binária \mathbf{b}_j , produzindo como saída o vetor reconstruído $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{w}_j$.

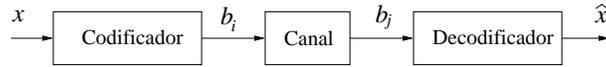


Figura 2: Sistema de comunicação.

Seja $p_{\mathbf{x}}$ a função densidade de probabilidades K -dimensional da fonte \mathbf{X} . Seja p_i a probabilidade *a priori* de o vetor \mathbf{w}_i ser selecionado como a reconstrução de \mathbf{x} e $p_{j|i}$ a probabilidade de o decodificador receber \mathbf{b}_j dado que \mathbf{b}_i foi enviado pelo codificador. A distorção total introduzida ao se transmitir a fonte \mathbf{X} através do canal ruidoso pode ser expressa como [3]

$$D = D_Q + D_C = \sum_{i=1}^N \int_{V_i} p_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x} - \mathbf{w}_i\|^2 d\mathbf{x} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_i p_{j|i} \|\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_j\|^2, \quad (3.1)$$

em que D_Q e D_C representam, respectivamente, a distorção de quantização e a distorção devida aos erros de canal, enquanto $\|\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_j\|^2$ denota a distância euclidiana entre os vetores-código \mathbf{w}_i e \mathbf{w}_j .

Uma figura de mérito, denominada índice de desordem [11], pode ser utilizada para avaliar o grau de organização do dicionário tendo em vista o problema de transmissão por canal ruidoso. O índice de desordem é definido como

$$I_{\text{des}}(s) = \sum_{i=1}^N \sum_{j \in H^1(i)} \|\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_j\|^2, \quad (3.2)$$

em que $\{j : j \in H^1(i)\}$ é o conjunto de todas as palavras-binárias j cuja distância de Hamming em relação a i é igual a um, s é um arranjo de dicionário e $I_{\text{des}}(s)$ é denominado índice de desordem do dicionário com arranjo s .

O índice de desordem acumula as distâncias euclidianas entre vetores-código cujas palavras-binárias apresentam distância de Hamming igual a 1 bit⁵. A formulação matemática de $I_{\text{des}}(s)$ encontra seu respaldo teórico na seguinte afirmação [6]: as técnicas de atribuição de índices (QV robusta) devem ser levadas a efeito no sentido de assegurar que palavras-binárias com pequenas (grandes) distâncias de Hamming correspondam a vetores-código com pequenas (grandes) distâncias euclidianas [14]. Assim, quanto menor $I_{\text{des}}(s)$ de um dicionário, maior a robustez inerente do dicionário à transmissão ruidosa, isto é, menor a sensibilidade do dicionário aos erros que o canal introduz nas palavras-binárias transmitidas pelo codificador do sistema de comunicação baseado em QV.

Seja Π_N o conjunto de todas funções $\pi : \{0, 1\}^b \rightarrow \{0, 1\}^b$. Cada uma das $N!$ bijeções $\pi \in \Pi_N$ é denominada função de atribuição de índices do quantizador [14]. Uma permutação π mapeia (unicamente) cada índice $i \in \{0, 1\}^b$ em outro índice $i' \in \{0, 1\}^b$, em que $i' = \pi(i)$. Assim, uma permutação pode ser vista como um rearranjo (reordenamento, reorganização) do dicionário. Deste modo, associada a uma permutação π existe uma única (específica) organização $\pi(s)$ do dicionário com arranjo s . Considere, por exemplo, o conjunto de índices $s = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$, correspondente ao conjunto de palavras-binárias $B = (000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111)$. Um novo arranjo $s' = \pi(s)$ pode ser obtido por meio de uma permutação π tal que o segundo dígito binário de cada palavra-código seja invertido. Esse procedimento leva a um novo conjunto de palavras-binárias $B' = (010, 011, 000, 001, 110, 111, 100, 101)$ e é equivalente a representar o conjunto de índices $s' = (3, 4, 1, 2, 7, 8, 5, 6)$ pelo conjunto de palavras-binárias $(000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111)$. No exemplo, o dicionário estava originalmente organizado de tal modo que os vetores-código $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3, \mathbf{w}_4, \mathbf{w}_5, \mathbf{w}_6, \mathbf{w}_7$ e \mathbf{w}_8 eram identificados pelas palavras-binárias 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110 e 111, respectivamente. Uma reorganização de dicionário $\mathbf{w}_3, \mathbf{w}_4, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_7, \mathbf{w}_8, \mathbf{w}_5$ e \mathbf{w}_6 foi obtida. No dicionário reorganizado $s' = \pi(s)$, o vetor-código \mathbf{w}_3 é identificado por 000, enquanto no arranjo original s esse vetor-código era identificado por 010. Considerando a permutação π do exemplo, um “novo” dicionário (reorganizado) W' foi obtido: W' apresenta os mesmos vetores-código de W , mas em uma ordem (arranjo, organização, configuração) diferente.

No que diz respeito à quantização vetorial para canais ruidosos, o objetivo é obter um arranjo $s' = \pi(s)$ tal que $I_{\text{des}}(s') < I_{\text{des}}(s)$. Isso corresponde a obter um

⁵Para baixas probabilidades de erro de bit de uma canal ruidoso, a probabilidade de ocorrência de múltiplos erros nas palavras-binárias é pequena quando comparada com a probabilidade de ocorrência de erro em um bit.

dicionário com arranjo s' que seja mais robusto (menos sensível) aos erros de canal quando comparado ao dicionário original (inicial) com arranjo s .

A determinação da configuração de dicionário ótima tem uma elevada complexidade computacional, em virtude de existirem $N!$ configurações a serem consideradas. Por exemplo, um dicionário com $N = 64$ vetores de reconstrução tem um total de 10^{89} configurações a serem investigadas. O problema de atribuição de índices para quantização vetorial robusta, portanto, pode ser classificado como pertencente à classe dos problemas NP-completos. Desta forma, técnicas para determinação de configurações sub-ótimas devem ser consideradas.

A seção a seguir apresenta o algoritmo proposto no presente trabalho para o problema de atribuição de índices, visando quantização vetorial robusta.

4. Descrição do Algoritmo

Definimos um problema de otimização combinatorial permutacional como uma terna (P, f, N) na qual $P \subseteq S_N$ é um subconjunto dado de todas as permutações de N símbolos (o conjunto de todas as permutações de N símbolos é denotado por S_N) que satisfazem as restrições do problema considerado e $f : S_N \rightarrow \mathbb{R}$ é a função objetivo a ser minimizada. Uma permutação $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N)$ é entendida como uma função $\sigma : \{1, 2, \dots, N\} \rightarrow \{1, 2, \dots, N\}$ tal que $\sigma(x) = \sigma_x$, $x \in \{1, 2, \dots, N\}$ e uma transposição $\tau = (a, b)$ como uma permutação cujo efeito funcional é $\tau(a) = b$, $\tau(b) = a$ e $\tau(x) = x$ se $x \neq a, b$, $x \in \{1, 2, \dots, N\}$. Permutações em S_N são operadas por composição de funções e S_N , com tal operação, é trivialmente munido de estrutura de grupo finito de $N!$ elementos cujos geradores são as transposições.

Note que existem $\binom{N}{2} = \frac{N(N-1)}{2}$ transposições diferentes em S_N .

No problema considerado neste trabalho, todas as permutações de um dado dicionário são, a princípio, viáveis, de forma que $P \equiv S_N$, com N denotando o tamanho do dicionário. A função f é o índice de desordem a ser minimizado.

No algoritmo proposto neste trabalho, o espaço de busca S_N é percorrido pelo algoritmo “Next k -Subset of an n -Set”, conforme descrito em Wilf [12] (pg 26-38), tomando-se, dado um ponto do espaço de busca, i.e., uma permutação de N símbolos, todos os $\frac{N(N-1)}{2}$ pontos vizinhos do espaço que podem ser atingidos pela composição à direita de uma transposição τ de $k = 2$ símbolos dentre os N símbolos disponíveis. Exemplificando, a permutação $\sigma_0 = (2, 4, 1, 3)$ (ou seja, aquela em que $\sigma(1) = 2$, $\sigma(2) = 4, \dots$) possui por vizinhos as permutações

Transposição	Permutação Obtida
(1, 2)	(4, 2, 1, 3)
(1, 3)	(1, 4, 2, 3)
(1, 4)	(3, 4, 1, 2)
(2, 3)	(2, 1, 4, 3)
(2, 4)	(2, 3, 1, 4)
(3, 4)	(2, 4, 3, 1)

Dado que S_N é gerado a partir de uma permutação qualquer por sucessivas

aplicações de transposições, o algoritmo percorre assintoticamente todo o espaço de busca, de forma que a demonstração de sua convergência ao mínimo global é trivial.

Uma vez que o mínimo global só seria atingido, no pior caso, após $N!$ operações, o algoritmo de busca global determinística baseado em percorrer a totalidade dos pontos de S_N não é, em princípio, computacionalmente viável, de forma que uma otimização em duas fases foi implementada como solução do problema. Na fase 1, o algoritmo faz uma varredura local, convergindo a um ótimo local mediante processo guloso de verificar as $\frac{N(N-1)}{2}$ vizinhanças de um mínimo local dado. A ordem de busca destas vizinhanças é ditada pelo algoritmo “Next k -Subset of an n -Set”, com $k = 2$, e a busca atual é abandonada caso um ponto de melhoria da função objetivo seja encontrado. Tal ponto, neste caso, é atribuído como novo mínimo local e a fase 1 é reiniciada. A fase 2, iniciada se nenhum ponto de melhoria da função objetivo for encontrado na fase 1, perturba o ótimo local de forma a tentar localizar pontos de melhoria da função objetivo (busca global), efetuando composições entre as últimas soluções locais encontradas.

A convergência assintótica do método baseia-se no fato de que a escolha de $\frac{N!}{\frac{N(N-1)}{2}} = 2(N-2)!$ pontos diferentes nas sucessivas iterações da fase 2 e a busca de $\frac{N(N-1)}{2}$ pontos em cada iteração da fase 1 percorrem todo o espaço S_N .

Segue o pseudo-código do algoritmo proposto, com a seguinte notação:

- π : Permutação identidade - o dicionário inicial é o ponto de partida da busca;
- $\hat{\pi}$: Permutação atual utilizada como base da fase 1;
- π' : Permutação auxiliar (percorre a vizinhança de $\hat{\pi}$);
- π_f : Permutação final da fase 1;
- $D(\pi, \hat{\pi})$: Índice de desordem do dicionário após a aplicação da permutação $\hat{\pi}$ sobre a permutação original π ;
- w_{π, π_f} : Dicionário reordenado pela permutação π_f ;
- $iter$: Contador do número de iterações;
- δ : Transposição que percorre o espaço de busca. Na notação de Wilf [12], $\delta_1 = (1, 2), \dots, \delta_{\frac{(N^2-N)}{2}} = (N-1, N)$;
- $\sigma(\pi, \delta)$: Transposição δ composta à direita da permutação π ;
- $Next(\delta)$: Chamada do algoritmo “Next k -Subset of an n -Set”, com $k = 2$;
- min : Mínimo local do índice de desordem;
- $minimum$: Mínimo global⁶ encontrado do índice de desordem;
- $dist$: Índice de desordem corrente;
- C : Controle booleano de término da fase 1 (algoritmo guloso). $\bar{C} = not(C)$ (negação lógica)

⁶O mínimo global aqui citado é aquele encontrado pelo algoritmo, ou seja, o menor dentre os mínimos locais encontrados. Assintoticamente, o mínimo global encontrado pelo algoritmo é igual ao mínimo global verdadeiro da função pois todo o espaço de busca é percorrido em tempo suficientemente longo.

Algorithm 1: Greedy 2-subset Combinatorial Algorithm

Result: The reordered codebook

```

1  $\hat{\pi} \leftarrow \pi$ 
2  $\pi_f \leftarrow \pi$ 
3  $minimum \leftarrow \infty$ 
4 for  $j \leftarrow 1$  to  $iter$  do
5    $min \leftarrow D(\pi, \hat{\pi})$ 
6    $C \leftarrow false$ 
7   while  $C = false$  do
8      $\delta \leftarrow \delta_1$ 
9     for  $i \leftarrow 1$  to  $(N^2 - N)/2$  do
10       $\pi' \leftarrow \sigma(\hat{\pi}, \delta)$ 
11       $dist \leftarrow D(\pi, \pi')$ 
12      if  $dist < min$  then
13         $min \leftarrow dist$ 
14         $\hat{\pi} \leftarrow \pi'$ 
15        if  $min < minimum$  then
16           $minimum \leftarrow min$ 
17           $\pi_f \leftarrow \hat{\pi}$ 
18        end
19         $C \leftarrow true$ 
20        breakFor
21      end
22       $\delta \leftarrow Next(\delta)$ 
23    end
24     $C \leftarrow \bar{C}$ 
25  end
26   $\pi \leftarrow \hat{\pi}$ 
27 end
28 return  $w_{\pi, \pi_f}$ 

```

5. Resultados

Esta seção apresenta resultados de simulação envolvendo a transmissão de imagens de 256×256 pixels por um canal binário simétrico (BSC).

Considerou-se QV com dimensão $K = 16$ (correspondendo a blocos quadrados de 4×4 pixels) e tamanho de dicionário $N = 256$ e $N = 512$. Os dicionários foram projetados com o algoritmo LBG [9], usando um conjunto de treino constituído de quatro imagens, mostradas na Figura 3: Peppers, Gull, Frog e Boat. A qualidade das imagens reconstruídas foi avaliada pela relação sinal-ruído de pico (PSNR), a qual é definida (para uma imagem original quantizada, 8,0 bpp) por [4]

$$\text{PSNR (dB)} = 10 \log_{10} \left[\frac{(255)^2}{\text{MSE}} \right], \quad (5.1)$$

em que MSE (*mean square error*) denota o erro médio quadrático entre as imagens original e reconstruída (quantizada).

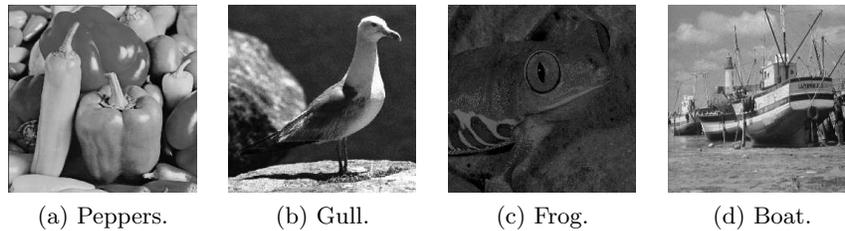


Figura 3: Imagens 256×256 usadas como conjunto de treino.

A Tabela 1 apresenta os valores de índice desordem obtidos. A seguinte notação foi adotada: Original – valores de PSNR obtidos usando o dicionário original (sem IA); *Simulated Annealing* – valores de PSNR obtidos usando um dicionário organizado, com IA pelo algoritmo SA; Método Proposto – valores de PSNR obtidos usando um dicionário organizado, com IA pelo método proposto neste trabalho; os tamanhos dos dicionários estão entre parênteses. Observa-se que o método proposto leva a uma maior redução do índice de desordem, quando comparado ao algoritmo *Simulated Annealing* (SA).

Tabela 1: Índice de desordem.

Dicionário	$N = 256$	$N = 512$
Original	629.647,44	1.451.397,65
<i>Simulated Annealing</i>	350.571,21	830.760,81
Método Proposto	346.180,60	718.341,39

A Figura 4 apresenta os valores de PSNR para a imagem Boat (mais precisamente, os valores médios de PSNR resultantes de 100 transmissões de imagem pelo

canal BSC, para cada valor de probabilidade de erro de bit considerado). Observa-se, tanto para $N = 256$ quanto para $N = 512$, uma superioridade do método proposto sobre o algoritmo SA, no que diz respeito aos valores médios de PSNR das imagens reconstruídas, para todos os valores de probabilidade de erro de bit considerados. Para uma probabilidade de erro de bit de 0,1, considerando $N = 512$, a substituição do dicionário original pelo organizado com o método proposto leva a um ganho de qualidade de cerca de 4 dB em termos de PSNR. Os resultados apresentados na figura sugerem que, para $N = 512$, a superioridade do método proposto sobre o algoritmo SA tende a aumentar com a probabilidade de erro de bit.

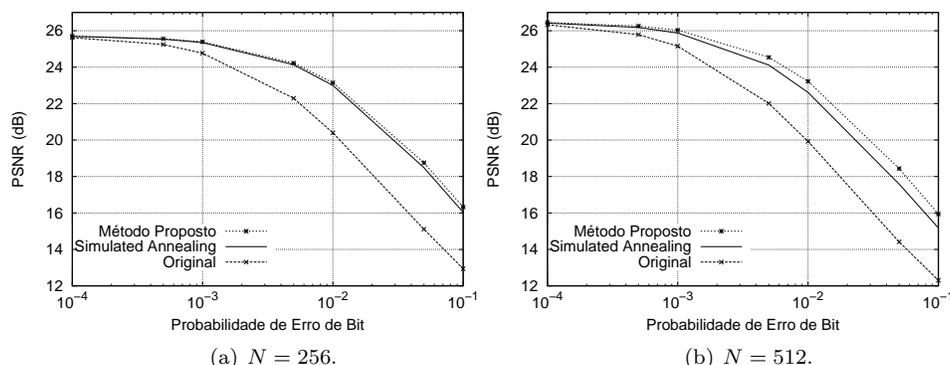


Figura 4: Relação sinal-ruído de pico (PSNR) para a imagem Boat, reconstruída, em função da probabilidade de erro do canal binário simétrico.

Os benefícios da técnica de IA no tocante à qualidade das imagens reconstruídas após transmissão em canal ruidoso podem ser observados na Figura 5. De fato, para cada valor de probabilidade de erro de bit considerado, a imagem obtida com dicionário organizado (IA pelo método proposto) apresenta uma qualidade superior à imagem reconstruída com dicionário original (projetado com o algoritmo LBG, sem uso subseqüente de IA). Um aspecto a destacar é o fato de que em cada par de imagens (imagem de cima e a respectiva imagem abaixo, para cada ϵ), o número de erros de canal é exatamente o mesmo, tanto para a imagem obtida com dicionário original (Orig.) quanto para a imagem obtida com dicionário organizado (Org.) – a melhor qualidade associada à imagem obtida com dicionário Org. deve-se ao fato de que a IA contribui para reduzir o impacto visual dos erros de canal.

6. Conclusão

Um problema relevante em quantização vetorial de imagens é a sensibilidade aos erros de transmissão, os quais levam a bloqueamentos incômodos nas imagens reconstruídas. Este trabalho apresentou um novo método para atribuição de índices (IA) aos vetores-código, visando quantização vetorial robusta: o alvo é reduzir o impacto visual dos erros de canal. Resultados de simulação mostram que o método

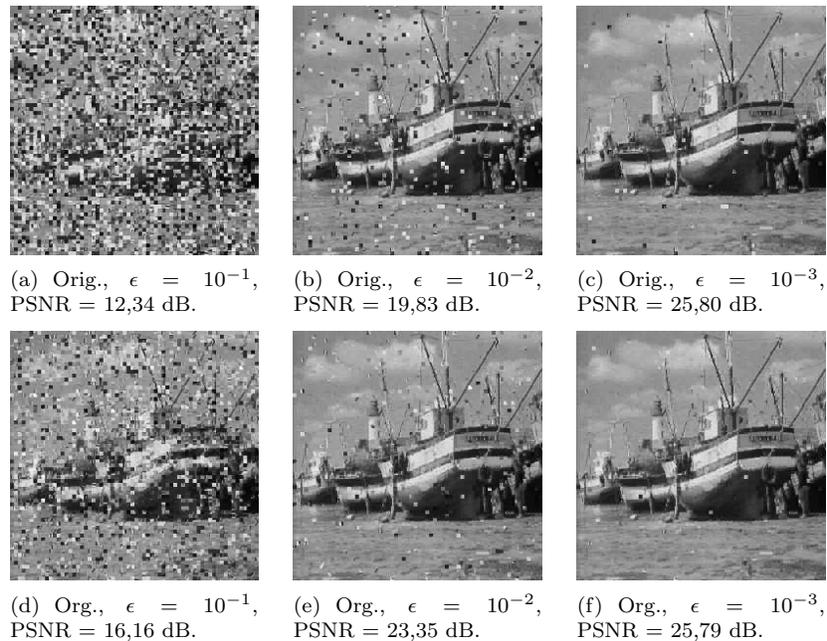


Figura 5: Imagens reconstruídas após transmissão por um canal BSC, considerando diversos valores de probabilidade de erro de bit (ϵ). Acima estão apresentadas as imagens reconstruídas com uso de dicionários originais (Orig.) e abaixo com uso de dicionários organizados (Org.) com a indexação obtida pelo método proposto.

proposto para IA, baseado em busca discreta no espaço de permutações, apresenta uma superioridade sobre o algoritmo *Simulated Annealing*, no que diz respeito à relação sinal-ruído de pico das imagens reconstruídas, após transmissão por um canal binário simétrico.

Referências

- [1] W.-W. Chang, T.-H. Tan, D.-Y. Wang, Robust vector quantization for wireless channels, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, **19**, No. 7 (2001), 1365–1373.
- [2] P.C. Cosman, R.M. Gray, M. Vetterli, Vector quantization of image subbands: a survey, *IEEE Transactions on Image Processing*, **5**, No. 2 (1996), 202–225.
- [3] N. Farvardin, A study of vector quantization for noisy channels, *IEEE Transactions on Information Theory*, **36**, No.4 (1990), 799–809.
- [4] A. Gersho, R.M. Gray, “Vector Quantization and Signal Compression”, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, 1992.

- [5] R.M. Gray, Vector quantization, *IEEE ASSP Magazine*,(1984), 4–29.
- [6] R.M. Gray, D.L. Neuhoff, Quantization, *IEEE Transactions on Information Theory*, **44**, No. 6 (1998), 2325–2383.
- [7] S. Haykin, “Digital Communications”, John Wiley & Sons, 1988.
- [8] A. Kjoelen, S.E. Umbaugh, M. Zuke, Compression of skin tumor images – wavelet/vector quantization methods for reducing the time, cost and bandwidth of storing and transmitting data, *IEEE Engineering in Medicine and Biology*, (1998), 73–80.
- [9] Y. Linde, A. Buzo, R.M. Gray, An algorithm for vector quantizer design, *IEEE Transactions on Communications*, **28**, No. 1 (1980), 84–95.
- [10] W.T.A. Lopes, F. Madeiro, B.G. Aguiar Neto, M.S. Alencar, Combining modulation diversity and index assignment to improve image VQ for a rayleigh fading channel, *Learning and Nonlinear Models*, **1**, No. 3 (2004), 160–171.
- [11] W.T.A. Lopes, “Diversidade em Modulação Aplicada à Transmissão de Imagens em Canais com Desvanecimento”, Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica), Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB, 2003.
- [12] A. Nijenhuis, H. Wilf, “Combinatorial Algorithms for Computers and Calculators”, Academic Press, London, UK, 1978.
- [13] H.-W. Tseng, C.-C. Chang, Anti-pseudo-gray for VQ encoded images over noisy channels, *IEEE Communications Letters*, **1**, No. 5 (2007), 443–445.
- [14] K. Zeger, A. Gersho, Pseudo-gray coding, *IEEE Transactions on Communications*, **38**, No. 12 (1990) 2147–2157.