

Simulação Computacional de um Modelo Matemático para Atuadores Pneumáticos

L. ENDLER¹, DEFEM/UNIJUÍ, Rua São Francisco, 501, Cx.P. 560, 98700-000 Ijuí, RS, Brasil.

A.C. VALDIERO², P.L. ANDRIGHETTO³, DETEC/UNIJUÍ Campus Panambi, Cx.P. 121, 98280-000 Panambi, RS, Brasil.

M. RAFIKOV⁴, DEFEM/UNIJUÍ, Rua São Francisco, 501, Cx.P. 560, 98700-000 Ijuí, RS, Brasil.

Resumo. Este trabalho apresenta a simulação computacional de um modelo matemático de 4ª ordem para atuadores pneumáticos. A modelagem matemática contribui para o controle preciso e as simulações computacionais baseadas no modelo do sistema permitem prever problemas de projeto do sistema e do controlador, antes da sua realização em protótipos experimentais.

1. Introdução

O presente trabalho trata da simulação numérica de um modelo não linear de 4ª ordem. A modelagem matemática de sistemas dinâmicos é importante no projeto de máquinas inteligentes, pois é utilizada para fins de simulação, de projeto de controladores ótimos e no estudo do comportamento das variáveis de estado do sistema. Os atuadores pneumáticos têm como vantagens a boa relação força/tamanho e a flexibilidade de instalação, quando comparados com os atuadores elétricos, e são de baixo custo e limpos quando comparados com os atuadores hidráulicos.

Entretanto, os atuadores pneumáticos possuem dificuldades de controle devido a diversas características não lineares do sistema [5] e [7], tais como a compressibilidade do ar, o comportamento não linear da vazão mássica nos orifícios da válvula e sua zona morta, além do atrito nas vedações do cilindro [1]. Uma estratégia de compensação destas características e da minimização de seus efeitos danosos no funcionamento do sistema mecânico é através da modelagem matemática e sua utilização no controle ótimo [3].

Este trabalho propõe e descreve detalhadamente um esquema de simulação computacional para atuadores pneumáticos a partir de um modelo matemático baseado

¹lucianoka@ibest.com.br

²valdiero@unijui.edu.br

³pedro@unijui.edu.br

⁴rafikov@unijui.edu.br

na literatura internacional e que representa as principais características deste sistema dinâmico. Os parâmetros do sistema são escolhidos a partir de dados de bancadas experimentais também de literaturas internacionais e como principais contribuições têm-se um conjunto de orientações para implementação e execução das simulações computacionais, além da análise do comportamento dos elementos do sistema.

2. Descrição do Atuador Pneumático

O atuador servo pneumático é composto por uma servoválvula de controle direcional e um cilindro pneumático. Este é um atuador que permite posicionar uma carga em um determinado ponto do curso do atuador ou seguir uma trajetória variável em função do tempo, ao contrário do atuador pneumático convencional que restringe o posicionamento do atuador a pontos discretos bem definidos (como, por exemplo, os fins de curso avançado e recuado). A Figura 1 mostra o desenho esquemático de um atuador pneumático.

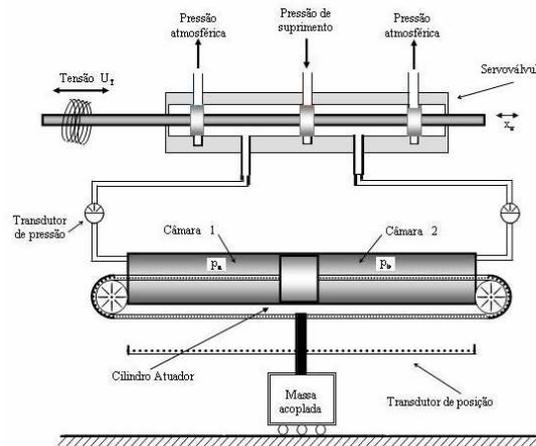


Figura 1: Desenho esquemático de um atuador pneumático

Durante o funcionamento do atuador pneumático, o ar comprimido é fornecido a uma servoválvula a uma dada pressão de suprimento regulada. Com o objetivo de seguir o valor de referência e a partir dos sinais das malhas de realimentação, o controlador gera uma tensão de controle U_T , que energiza as bobinas dos solenóides da servoválvula e produz um deslocamento x_v do carretel. O carretel, ao ser deslocado, gera orifícios de passagem, fornecendo o ar comprimido para uma das câmaras do cilindro e permitindo que o ar da outra escoe para a atmosfera. Logo após tem-se a variação das pressões nas câmaras resultando numa força que movimenta o êmbolo do cilindro gerando um deslocamento y , positivo ou negativo dependendo do sinal de entrada.

3. Modelagem Matemática do Atuador Pneumático

Neste trabalho adotou-se um modelo não-linear de 4ª ordem [6], formado pelo acoplamento dinâmico das equações diferenciais que descrevem a dinâmica das pressões nas câmaras do cilindro e o movimento do êmbolo. Além disso, tem-se a vazão mássica através dos orifícios da servoválvula como uma não linearidade importante. Esse modelo pode ser representado na forma de variáveis de estado como:

$$\dot{y}_1 = y_2 \quad (3.1)$$

$$\dot{y}_2 = -\frac{By_2}{M} + \frac{Ay_3}{M} - \frac{Ay_4}{M} \quad (3.2)$$

$$\dot{y}_3 = \frac{\gamma}{V_{10} + Ay_1}(-y_2y_4A + RTq_{ma}(y_3, U_T)) \quad (3.3)$$

$$\dot{y}_4 = \frac{\gamma}{V_{20} - Ay_1}(y_2y_4A + RTq_{mb}(y_4, U_T)) \quad (3.4)$$

onde M é massa deslocada no atuador, B o coeficiente de atrito viscoso, A a área do êmbolo, q_{ma} e q_{mb} a vazão mássica na câmara 1 e 2 respectivamente conforme descrita detalhadamente na literatura GUENTHER et al. [5], ANDRIGHETTO et al. [2], BOBROW e McDONELL [4] e BAVARESCO et al. [3] T a temperatura do ar de suprimento, R constante universal dos gases, γ a relação entre os calores específicos do ar, V_{10} e V_{20} o volume morto na câmara 1 e 2, U_T o sinal de controle em tensão aplicado a servoválvula, y_1 e y_2 a posição e velocidade e y_3 e y_4 as pressões nas câmaras 1 e 2.

As vazões mássicas q_{ma} e q_{mb} podem ser escritas da seguinte forma:

$$q_{ma} = A_0p_u \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)RT} \left[\left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]} \quad se \quad \frac{p_d}{p_u} > 0.528 \quad (3.5)$$

ou

$$q_{ma} = A_0p_u \sqrt{\frac{\gamma}{RT} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad se \quad \frac{p_d}{p_u} \leq 0.528 \quad (3.6)$$

e

$$q_{mb} = A_0p_u \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)RT} \left[\left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]} \quad se \quad \frac{p_d}{p_u} > 0.528 \quad (3.7)$$

ou

$$q_{mb} = A_0p_u \sqrt{\frac{\gamma}{RT} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad se \quad \frac{p_d}{p_u} \leq 0.528 \quad (3.8)$$

sendo p_u a pressão a montante e p_d a pressão ajusante no orifício da válvula. A vazão mássica passa de sônica para saturada no instante em que a relação $\frac{p_d}{p_u} \leq 0.528$ e que é chamada de relação crítica. Temos também que $A_0 = A_0(u)$, que será a entrada do nosso sistema.

Os parâmetros do sistema estão mostrados na Tabela 1. Estes dados foram utilizados nas simulações computacionais do atuador pneumático.

Tabela 1: Parâmetros do atuador pneumático

Parâmetro	Descrição
$p_s = 6 \times 10^5 P_a$	Pressão de suprimento
$p_{atm} = 1 \times 10^5 P_a$	Pressão atmosférica
$A_1 = 2.4 \times 10^{-4} m^2$	Área útil na câmara 1
$A_2 = 2.4 \times 10^{-4} m^2$	Área útil na câmara 2
$V_{10} = 1.25 \times 10^{-4} m^3$	Volume morto na câmara 1
$V_{20} = 1.25 \times 10^{-4} m^3$	Volume morto na câmara 2
$R = 287 JKG/K$	Constante Universal dos Gases
$T = 293 K$	Temperatura do ar de suprimento
$L = 0.5 m$	Curso útil do cilindro
$B = 240$	Coefficiente do atrito viscoso
$\gamma = 1.4$ <i>Adimensional</i>	Relação entre os calores específicos do ar
$M = 1 kg$	Massa inercial do cilindro

4. Simulação Computacional do Atuador

Esta seção mostra detalhadamente a metodologia usada na implementação das simulações numéricas do modelo matemático descrito na seção anterior. A simulação numérica foi feita com auxílio da ferramenta computacional Matlab/Simulink, utilizando o método ODE4 (Runge kutta) com o passo de 0.001 segundos.

O sinal de controle senoidal permite observar os efeitos nas variáveis de estado causados por uma variação contínua da entrada. Além disso, permite a análise do comportamento do sistema nas inversões de movimento do atuador pneumático. Para o sinal de entrada senoidal, recomenda-se a escolha de uma amplitude e uma frequência tal que a variável de estado não ultrapasse os limites físicos de fim de curso. Neste trabalho utilizou-se uma senóide de amplitude 1×10 e de frequência de $(2\pi/0.5)$ rad/s, regulada de modo que durante a simulação o deslocamento do êmbolo do cilindro não ultrapassasse o fim do curso definido.

O sinal de controle em degrau permite a análise do comportamento das variáveis de estado do atuador pneumático em partidas rápidas que são muito comuns em diversas de suas aplicações. Para realizar as simulações, recomenda-se que para cada valor de degrau utilizado seja regulado um tempo de simulação tal que sejam respeitados os limites de fim de curso comentados anteriormente.

A Figura 2 mostra o diagrama de blocos utilizado para a simulação do modelo não linear de 4ª ordem representado pelas equações 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4.

A Figura 3 é a representação em forma de diagrama de blocos das equações 3.5, 3.6, 3.7 e 3.8 que representam respectivamente as equações das vazões mássicas nas câmaras 1 e 2. A entrada neste subsistema válvula é o sinal de controle, mas também possuiu a realimentação das pressões nas câmaras 1 e 2 do cilindro, p_a e p_b , respectivamente, resultando num acoplamento dinâmico do subsistema da válvula com o subsistema da equação da continuidade nas câmaras do cilindro. As variáveis de saída são as vazões nas câmaras do cilindro q_{ma} e q_{mb} .

As equações 3.5, 3.6, 3.7 e 3.8 apresentam não linearidades, além disso essas

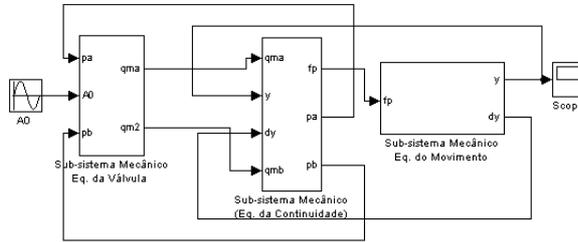


Figura 2: Diagrama de blocos usado na simulação do modelo

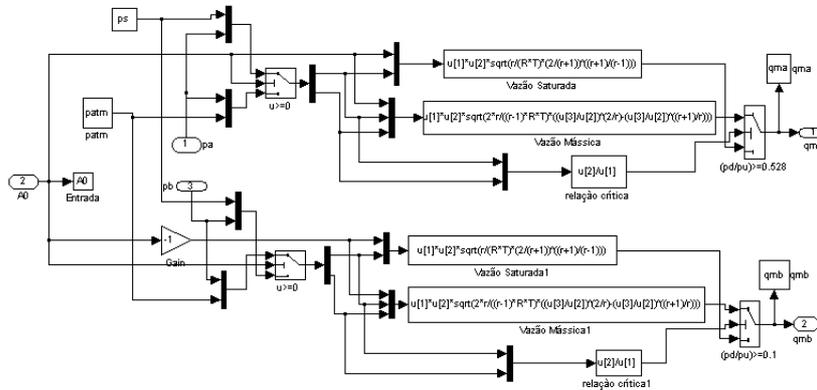


Figura 3: Diagrama de blocos da equação da vazão mássica.

equações dependem das pressões nas câmaras e das seções de passagem do ar. A área do orifício A_0 varia de acordo com a tensão de controle u , ou seja, $A_0 = A_0(u)$.

Além das não linearidades presentes na equação da vazão da válvula, a zona morta está presente em válvulas proporcionais de controle direcional. A não linearidade de zona morta é uma imperfeição causada pela sobreposição do ressalto do carretel da servoválvula em relação ao orifício de passagem do ar sob pressão, uma vez que a largura do ressalto do carretel é maior que a largura do orifício. Este tipo de imperfeição é desconsiderada no diagrama de bloco da Figura 3.

A Figura 4 mostra o subsistema do diagrama de blocos da equação da continuidade do cilindro, dada pelas expressões 3.3 e 3.4. Tendo como variáveis de entrada as vazões q_{ma} e q_{mb} nas câmaras 1 e 2 do cilindro, respectivamente. A variação da posição do êmbolo do cilindro em função do tempo é realimentada e provém do subsistema seguinte, acarretando mais um acoplamento dinâmico no atuador pneumático. As variáveis de saída são as pressões nas câmaras do cilindro p_a e p_b . Considerando que as pressões iniciais nas câmaras, p_{ai} e p_{bi} não são nulas, é necessário determiná-las para que a simulação numérica apresente resultados adequados de previsão do comportamento dinâmico. Os valores das pressões iniciais são obtidos a partir da equação do movimento para aceleração, velocidade e posição

iniciais, e devem ser configurados como condição inicial nos respectivos blocos de integração. Considerando a posição, a velocidade e a aceleração iniciais nulas, tem-se:

$$p_{ai} = \left(\frac{A_2}{A_1 + A_2} \right) \cdot (p_s + p_{atm})$$

$$p_{bi} = p_u + p_{atm} - p_{ai}$$

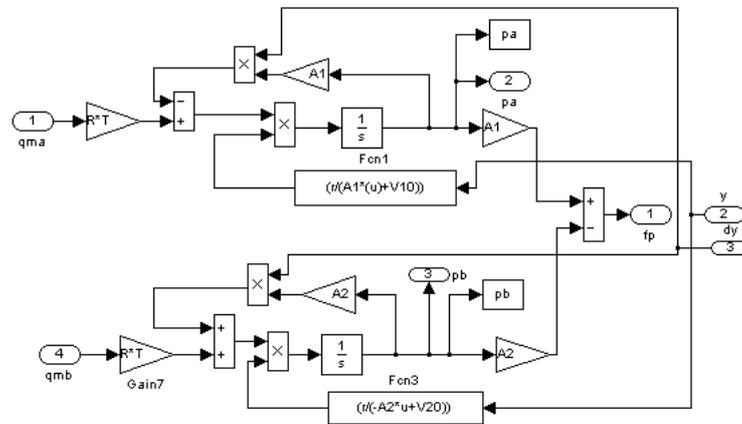


Figura 4: Diagrama de blocos da equação da continuidade no cilindro.

A figura 5 representa o diagrama de blocos do subsistema da equação 3.2 do movimento do êmbolo pneumático. A entrada é a força pneumática que resulta da equação das pressões p_a e p_b e a saída temos a velocidade \dot{y} e a posição y do êmbolo do cilindro pneumático. As condições iniciais para posição e velocidade geralmente configuram-se como nulas que é quando o êmbolo está parado, como foi representado na Figura 1, pois tal configuração facilita a determinação das condições iniciais para as pressões.

5. Resultado das Simulações

Nesta seção apresenta-se o resultado das simulações computacionais do modelo matemático de 4ª ordem proposto neste trabalho. Os parâmetros usados nas simulações foram detalhados na Tabela 1. O diagrama de blocos utilizado está representado na Figura 1, onde foram comentadas as condições de simulação. Foram feitas simulações com entrada senoidal e com entrada em degrau, cujos resultados são mostrados a seguir.

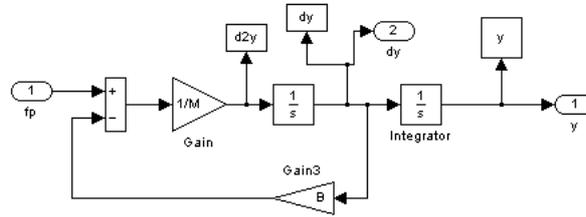


Figura 5: Diagrama de blocos da equação do movimento do êmbolo do cilindro.

5.1. Simulação com entrada senoidal

Para as simulações com entrada senoidal foi configurado uma amplitude 1×10 de e frequência de $(2\pi/0.5)$ rad/s. O tempo de simulação foi de 2 segundos.

A Figura 6 mostra o comportamento da posição e velocidade ao longo do tempo.

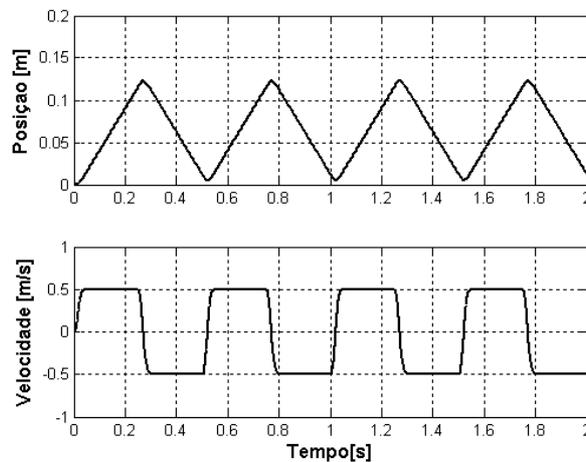


Figura 6: Posição e velocidade do êmbolo cilindro ao longo do tempo.

A Figura 7 refere-se à dinâmica das pressões nas câmaras do cilindro pneumático. As pressões partem de valores iniciais pré-estabelecidos através da condição inicial, pode-se observar que justamente enquanto a pressão na câmara a está aumentando até a pressão de suprimento a pressão na câmara b está diminuindo até a pressão atmosférica e vice e versa, mostra também, o comportamento das vazões de fluido nos orifícios a e b da válvula proporcional, as quais correspondem às vazões nas câmaras 1 e 2 do cilindro, respectivamente.

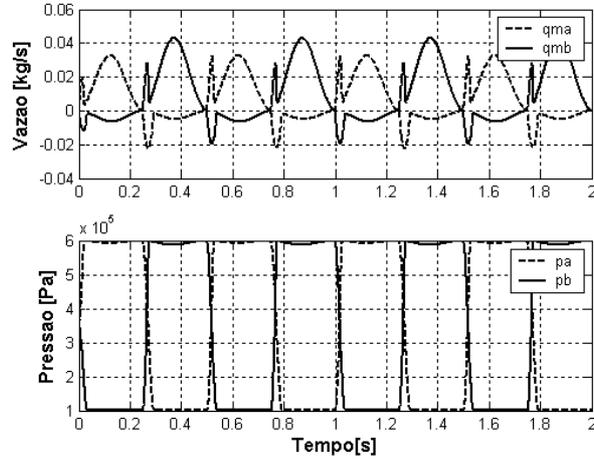


Figura 7: Dinâmica das pressões e vazões nas câmaras do cilindro.

5.2. Simulação com entrada em degrau

Inicialmente foram realizadas simulações tendo como sinal de entrada um degrau unitário no instante inicial. Pelo fato do diagrama de blocos utilizado na simulação não considerar os limites de curso do atuador, foi regulado o tempo de simulação de 0.5 segundos. O sinal de entrada unitário equivale a uma pequena abertura da válvula e uma partida do atuador pneumático. A Figura 8 representa a posição e a velocidade do êmbolo do atuador pneumático para uma entrada em degrau regulando o tempo de simulação para não ultrapassar o fim de curso.

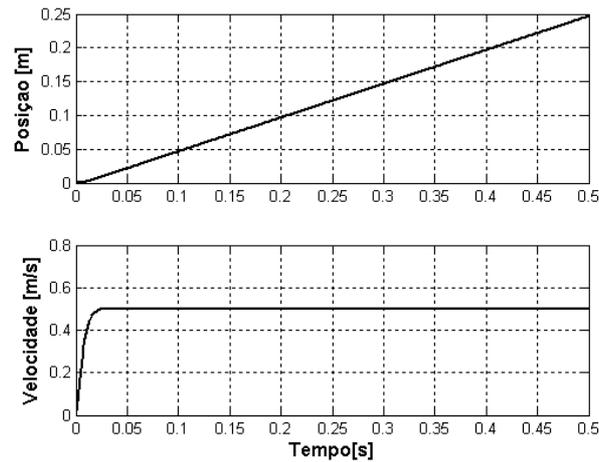


Figura 8: Posição e velocidade ao longo do tempo para entrada em degrau.

A Figura 9 mostra as dinâmicas das pressões e vazões nas câmaras do cilindro.

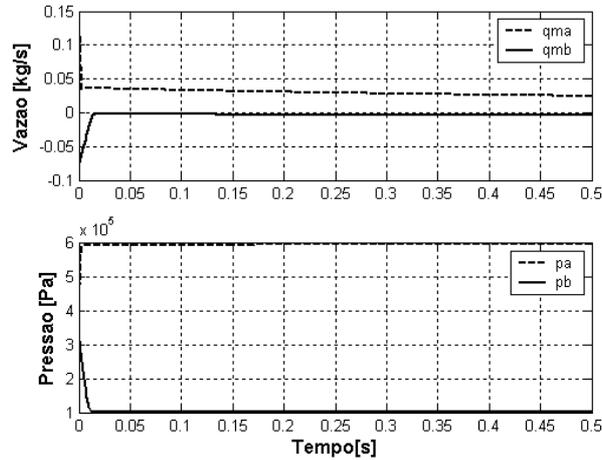


Figura 9: Dinâmica das pressões e vazões nas câmaras do cilindro.

Os resultados de simulação apresentados nesta seção ilustram a eficiência da metodologia proposta para a implementação dos diagramas de blocos e permitem observar o comportamento dinâmico do atuador pneumático. Deve-se precaver da limitação física dos fins de curso e estabelecer adequadamente as condições iniciais para que seja garantida a convergência do método numérico utilizado nas simulações, seguindo as recomendações da seção 4.

6. Conclusões

Neste trabalho, foram apresentadas detalhadamente as implementações computacionais de um modelo matemático não linear de 4ª ordem para atuadores pneumáticos. Foi apresentado o resultado das simulações numéricas para as entradas em degrau e senoidal em malha aberta, sendo constatadas as características do sistema.

Os diagramas de blocos do modelo do atuador pneumático podem ser usados para elaboração de estratégias de controle e também para realização da melhoria e modificações nos protótipos experimentais que serão utilizados em trabalhos futuros.

Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES, à FAPERGS, e à UNIJUÍ pelo apoio.

Abstract. This paper presents the computational simulation of a fourth-order mathematical model to pneumatic actuators. The mathematical modeling is a contribution to the precision control and the computational simulations that are based in the system model permit to foresee design problems in the controller and in the system, before the implementation in experimental prototypes.

Referências

- [1] P.L. Andrighetto, A.C. Valdiero, L. Carlotto, Study of the friction behavior in industrial pneumatic actuators, em “ABCAM Symposium Series in Mechatronics”, Vol. 2, pp. 369-376, ABCM, 2006.
- [2] P.L. Andrighetto, A.C. Valdiero, C.N. Vincensy, Experimental comparisons of the control solutions for pneumatic servo actuators, em “Proceedings of the 17th Brazilian Congress of Mechanical Engineering (COBEM)”, COBEM, 2003.
- [3] D. Bavaresco, A.C. Valdiero, M. Rafikov, P.L. Andrighetto, Modelagem matemática e controle linear por realimentação de um atuador pneumático, em “Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional”, pp. 29, SBMAC, 2006.
- [4] J.E. Bobrow, B.W. Mcdonell, Modeling, identification, and control of a pneumatically actuated, force controllable robot, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, **14**, No. 5 (1998), 732-742.
- [5] R. Guenther, E.A. Perondi, E.R. De Pieri, A.C. Valdiero, Cascade controlled pneumatic positioning system with LuGre model based friction compensation, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, **28** (2006), 48-57.
- [6] E.A. Perondi, “Controle Não-Linear em Cascata de um Servoposicionador Pneumático com Compensação de Atrito”, Tese de Doutorado, DEM, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.
- [7] A.C. Valdiero, D. Bavaresco, P.L. Andrighetto, Experimental identification of the dead zone in proportional directional pneumatic valves, *International Journal of Fluid Power*, **9** (2008), 27-34.