

Arte e Matemática no traço de Lothar Charoux

D. F. JELIN^{1*} e A. L. VENEZUELA²

Recebido em 22 de outubro de 2023 / Aceito em 26 de fevereiro de 2024

RESUMO. O presente trabalho lança um olhar matemático sobre uma obra de arte de um dos pioneiros do concretismo brasileiro, Lothar Charoux (1912-1987). Trata-se de um desenho a nanquim de 1958, sem título, de marcante apelo geométrico. A partir do traço do artista, definimos um jogo de curvas parametrizadas diferenciáveis, batizadas “espirais ocultas de Charoux”, e estudamos sua curvatura. Pretende-se que a descrição matemática da obra, com o emprego das ferramentas da geometria diferencial, possa enriquecer a fortuna crítica do artista. Para tanto, são estabelecidos pontos de contato entre a matemática presente na obra analisada e as impressões que Charoux deixou entre críticos, jornalistas culturais e historiadores da arte.

Palavras-chave: Geometria diferencial, curvatura, arte concreta, Lothar Charoux.

1 INTRODUÇÃO

Arte e Matemática ligam-se de muitas maneiras, para surpresa de quem costuma enxergá-las como vocações distantes e até antagônicas. A Matemática “inspira” e “produz” Arte; a Arte “gera” e “ilumina” a Matemática [26]. Leonardo da Vinci (1452-1519) e Albrecht Dürer (1471-1528) são exemplos notórios de criadores que desenvolveram o pensamento matemático para realizar sua visão artística [15]. Suas obras inspiram tanto artistas como matemáticos.

Ao tratar da simbiose entre Arte e Matemática, Benoit B. Mandelbrot, pai da geometria fractal, chamou a atenção para o fato de que fórmulas, equações e regras de construção simples e aparentemente áridas podem despertar interesse artístico [16]. Inversamente, é possível acrescentar que formas gráficas aparentemente áridas e muito simples também podem despertar o interesse matemático. É o caso notável da arte concreta, vertente do abstracionismo que radicalizou a incorporação de elementos matemáticos ao processo criativo.

*Autor correspondente: Daniel Fernandes Jelin – E-mail: danieljelin@ufscar.br

¹Universidade Federal de São Carlos, Departamento de Física, Química e Matemática, Campus Sorocaba, Rodovia João Leme dos Santos, Km 110, 18052-780, Sorocaba, SP, Brasil – E-mail: danieljelin@ufscar.br <https://orcid.org/0000-0003-3314-7044>

²Universidade Federal de São Carlos, Departamento de Física, Química e Matemática, Campus Sorocaba, Rodovia João Leme dos Santos, Km 110, 18052-780, Sorocaba, SP, Brasil – E-mail: alvenez@ufscar.br <https://orcid.org/0000-0001-7323-6207>

Vighi e Aschieri [32] sustentam que o exame dos “aspectos técnicos” e da matemática “oculta” de uma obra de arte pode enriquecer seu estudo. Segundo eles, o emprego das ferramentas matemáticas, para além das fronteiras dessa disciplina, desempenha poderosa função didática.

Este artigo tem por objetivo geral investigar a matemática presente em uma obra de Lothar Charoux (1912-1987), que foi um dos pioneiros do concretismo no Brasil e se notabilizou pela “poética da linha” [18]. Pretende-se mostrar que o exame de seu traçado, pelas lentes da geometria diferencial, pode iluminar alguns aspectos característicos de sua produção. Como objetivos específicos, busca-se: contextualizar o movimento concretista; determinar funções que descrevem o desenho ora examinado; desenvolver os conceitos fundamentais no estudo de uma curva plana; propor e associar ao trabalho do artista um jogo de curvas que chamaremos “espirais ocultas de Charoux”; e, finalmente, cotejar a descrição matemática dessa obra com a recepção da crítica a um dos mestres da arte moderna.

1.1 Arte concreta

Antes de lançar um olhar matemático sobre a obra de Charoux, convém lembrar o contexto em que floresceu o concretismo e explicitar seu papel de divisor de águas na história da arte brasileira.

Chama-se arte concreta o tipo de arte que elimina toda referência figurativa, recusa toda forma de representação e se baseia exclusivamente no uso de formas geométricas simples [8]. O termo pode ser aplicado à produção das correntes mais austeras da arte abstrata: o construtivismo, o suprematismo e o neoplasticismo.

A expressão “arte concreta” foi cunhada pelo holandês Theo van Doesburg (1883-1931), em 1930, na primeira e única edição da revista-manifesto *Revue Art Concret*. Nela, defende-se a criação artística despojada de qualquer simbolismo. “O quadro deve ser inteiramente construído com elementos puramente plásticos, isto é, planos e cores”, afirma o manifesto. “Um elemento pictural só significa a ‘si próprio’ e, conseqüentemente o quadro não tem outra significação que ‘ele mesmo’.” [29].

Van Doesburg morreu no ano seguinte ao lançamento do manifesto, mas o “esforço pela clareza absoluta” na arte e a promoção da técnica “mecânica, exata, antiimpressionista” [29] continuou com o trabalho de outros vanguardistas, em particular os membros do grupo *Abstraction-Création*. Um deles, o suíço Max Bill (1908-1994), viria a se tornar o principal teórico do concretismo e seu maior divulgador [25].

Com Max Bill, a produção artística sob o rótulo do concretismo incorpora explicitamente procedimentos matemáticos. Em célebre artigo, ele afirma estar convencido de que a abordagem matemática deve embasar substancialmente a produção artística [5]. É a guia final do artista concreto [17]. “Ao executar uma obra de arte, parto sempre de uma ideia abstrata, de um esquema gerador quase que geométrico. Projeto-a em duas dimensões e, aos poucos, tal qual num teorema de álgebra, a forma se desenvolve”, explicou em 1953 em entrevista [1].

1.2 Arte concreta no Brasil

O concretismo entra em cartaz no país no início dos anos 1950. Dois importantes eventos de 1951 ajudaram a promovê-lo: a exposição de Max Bill no Museu de Arte de São Paulo e a 1ª Bienal de São Paulo - que premiou Bill, pela obra *Unidade Tripartida* [17]. A Bienal foi a primeira oportunidade para a reunião daqueles que integrariam o movimento concreto no Brasil, entre eles Charoux e o ítalo-brasileiro Waldemar Cordeiro (1925-1973).

A trajetória de Cordeiro e Charoux já os aproximava das balizas do movimento. Em 1949, na Revista de Novíssimos, Cordeiro argumenta a favor de uma “linguagem real da pintura que se exprime com linhas e cores que são linhas e cores e não desejam ser peras nem homens”, enquanto Charoux, na mesma edição, defende os abstracionistas da pecha de reacionários, “desinteressados dos problemas humanos” [3].

Cordeiro esteve à frente, em São Paulo, do Grupo Ruptura, cuja exposição, em 1952, no Museu de Arte Moderna, é considerada o marco inaugural do concretismo no Brasil. Trata-se de um ponto de inflexão na história da arte brasileira: até ali, o debate opunha a arte figurativa à arte abstrata; dali em diante, a oposição se daria entre concretismo e o tipo de abstracionismo baseado na geometrização de elementos naturais [9].

Mais do que a exposição do Grupo Ruptura, o manifesto que a embalou provocou agitação e críticas [9]. Nele, Cordeiro, Charoux e outros pioneiros defendiam “a intuição artística dotada de princípios claros e inteligentes” e as “experiências que tendem à renovação dos valores essenciais da arte visual (espaço-tempo, movimento e matéria)” [7]. Para Zanini [35], o manifesto “radicalizou no país a atitude de uma arte abstrata de severos princípios construtivos”.

À mesma época, no Rio de Janeiro, também se formava uma vanguarda artística de linguagem geométrica, reunida em torno do chamado Grupo Frente. Em 1959, os cariocas lançam o neoconcretismo, em manifesto que alerta contra a “perigosa exacerbação racionalista” da arte concreta [6].

1.3 A arte concreta de Lothar Charoux

Lothar Charoux nasceu em Viena em 1912 e chegou ao Brasil em 1928. Em São Paulo, foi aluno de Cordeiro no Liceu de Artes e Ofício e chegou a substituí-lo como professor de desenho. Após transitar pelo expressionismo, aderiu à abstração de base geométrica e jamais se afastou dos princípios construtivos do movimento concreto, razão pela qual foi considerado o único concretista de primeira à última hora [21].

Autodidata e disciplinado, Charoux tinha grande interesse pela Matemática e pela Física, embora, como os demais colegas concretistas, não tivesse curso superior na área. Privilegiou o desenho a nanquim ou guache sobre papel e trabalhava à maneira dos arquitetos, sobre a prancheta, na horizontal [19].

Embora tenha colecionado prêmios e participado de grandes mostras no país e no exterior, Charoux, como outros concretistas, nunca vendeu bem – por três décadas, tirou seu sustento de um

modesto emprego na indústria paulista. A partir de 1968, finalmente, passou a dedicar-se unicamente à Arte. “Sei que não se trata de um trabalho de fácil aceitação e que muita gente estranha”, declarou [33]. “Mas o que vale é isso: já deixei longe o emprego e a Arte me sustenta.”

Charoux morreu em São Paulo, em 1987, aos 75 anos. Segundo Milliet [18], foi só na virada do milênio “que a arte concreta passou a ocupar o lugar que lhe é devido no imaginário da cultura brasileira”.

2 DESENVOLVIMENTO

Passamos agora ao exame, pelas lentes da Matemática, de uma obra de Charoux de 1958, sem título. Trata-se de um desenho feito a tinta nanquim, sobre cartão de 33 x 33 cm, que a Figura 1 reproduz. A escolha nos parece apropriada pelas seguintes razões: em primeiro lugar, data da década em que o concretismo “atingiu plena evolução” [35], sendo anterior ao racha entre paulistas e cariocas; é representativa do modo de criação de Charoux: desenho a nanquim, sobre uma estrutura cartesiana, aqui tornada aparente; além disso, seu motivo aparece, com ligeiras variações, em pelo menos outras duas obras; e, finalmente, afirmamos que a obra ilustra bem a aparente simplicidade e economia de meios que marcam a arte de Charoux.

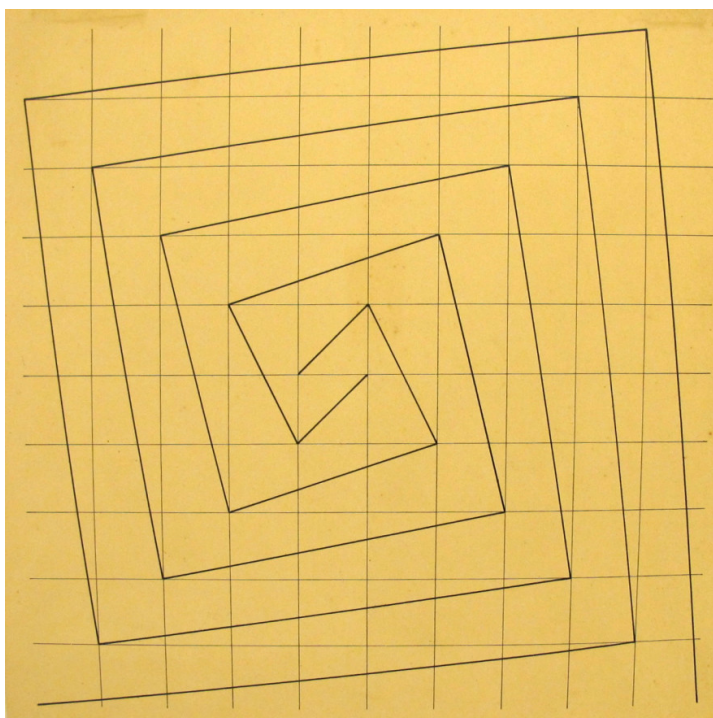


Figura 1: Desenho sobre cartão, a tinta nanquim, de Lothar Charoux. Obra sem título de 1958. Imagem cedida por: Galeria Berenice Arvani.

2.1 O traço do artista

A obra sem título de Charoux consiste de duas linhas poligonais abertas dispostas sobre uma malha quadriculada. As linhas poligonais têm origens distintas, ambas na região central da tela. Ligam dois conjuntos disjuntos de pontos da malha, cada vez mais distantes do centro da tela, compondo duas figuras espiraladas, ambas de sentido horário (Figura 2). Veremos agora como descrevê-las.

É imediata a associação da malha quadriculada ao sistema de coordenadas cartesiano Oxy , base frequente da produção inicial do artista [18]. Podemos tomar o centro da tela como a origem do sistema Oxy e assumir que as linhas verticais e horizontais da malha estejam igualmente espaçadas de uma unidade. Considerando que se possa estender o padrão do desenho para além dos limites da tela, descrevemos a malha como dois conjuntos de retas horizontais, h_i , e verticais, v_j , paralelas, respectivamente, aos eixos Ox e Oy , tais que $h_i : y = i, i \in \mathbb{Z}$ e $v_j : x = j, j \in \mathbb{Z}$, sendo h_0 e v_0 as retas que coincidem com os eixos, respectivamente, Ox e Oy . Nos limites do traçado do artista, temos um recorte das retas h_i, v_j para $-4 \leq i, j \leq 4$.

A partir da malha quadriculada, vamos descrever as linhas poligonais da obra de Charoux. Observamos inicialmente que todos os vértices das duas linhas poligonais têm coordenadas inteiras, pois correspondem a interseções de h_i e v_j . Em detalhe, conforme a Figura 2, podemos distinguir duas seqüências de vértices, para $n = 0, 1, 2, 3, \dots$: $A_n = (x_{a_n}, y_{a_n})$, com $A_0 = (0, 0)$, e $B_n = (x_{b_n}, y_{b_n})$, com $B_0 = (-1, 0)$. As linhas poligonais são definidas pelas seqüências de segmentos $LA_n = A_nA_{n+1}$ e $LB_n = B_nB_{n+1}$, para $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

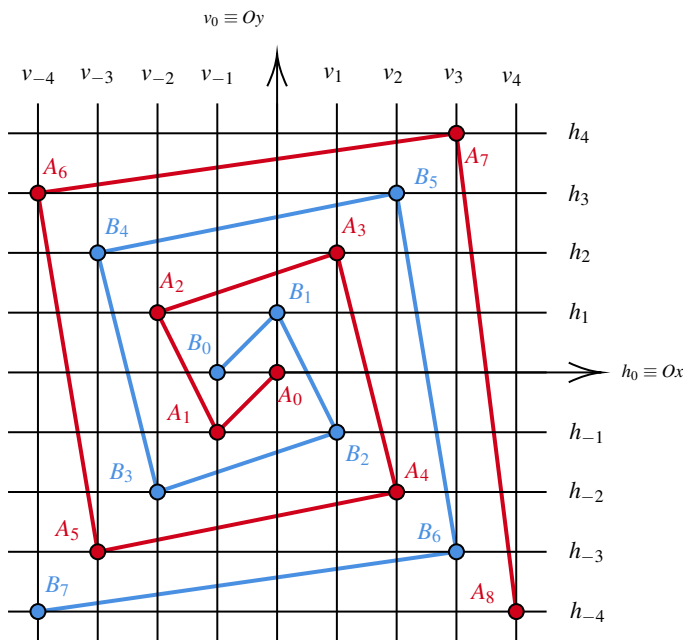


Figura 2: Representação da malha, vértices e linhas poligonais. Fonte: autores.

O traçado das linhas poligonais é aparentemente simples e pode ser intuído com certa facilidade. Sua descrição matemática é mais desafiadora, residindo aí, a nosso ver, o interesse da obra. Notamos que os segmentos que compõem as linhas poligonais são cada vez maiores, conforme guinadas de quase 90 graus, sempre no sentido horário, de tal modo que as linhas nunca se tocam. Para uma descrição exata deste padrão, determinamos, nas equações (2.1), as coordenadas dos vértices $A_n = (x_{a_n}, y_{a_n})$ e $B_n = (x_{b_n}, y_{b_n})$, sendo $n = 0, 1, 2, 3, \dots$:

$$\begin{cases} x_{a_n} = (-1)^{\frac{n^2+n}{2}} \frac{2n+2(-1)^{\frac{n^2+n+2}{2}} + (-1)^{n+1}}{4} \\ y_{a_n} = (-1)^{\frac{n^2+3n+2}{2}} \frac{2n+(-1)^{n+1}+1}{4} \\ x_{b_n} = (-1)^{\frac{n^2+n-2}{2}} \frac{2n+2(-1)^{\frac{n^2+n+2}{2}} + (-1)^{n+1}}{4} - 1 \\ y_{b_n} = (-1)^{\frac{n^2+3n}{2}} \frac{2n+(-1)^{n+1}+1}{4} \end{cases} \quad (2.1)$$

Observamos o contraste entre a aparente simplicidade do traçado do artista e as equações (2.1). Para obtê-las, atentamos para o padrão de alternância de sinal das coordenadas e a relação entre seu valor absoluto e $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Como exemplo, tomemos a sequência de coordenadas $(x_{a_n}) = (0, -1, -2, 1, 2, -3, -4, 3, 4, -5, -6, \dots)$. O padrão é claro e vale para os demais casos: dois termos negativos, seguidos de dois termos não negativos, variando apenas o ponto de partida. Esse padrão, que reflete a alternância entre quadrantes do sistema Oxy , pode ser dado por uma potência apropriada de (-1) , em função de n . Em particular, basta que elevemos (-1) aos termos de uma progressão aritmética de segunda ordem em que as diferenças entre termos inteiros formem uma progressão aritmética de razão ímpar. Para (x_{a_n}) , tomamos a progressão $(0, 1, 3, 6, 10, \dots)$ e com isso chegamos à expressão $(-1)^{\frac{n^2+n}{2}}$, garantindo a variação de sinal dos termos de (x_{a_n}) .

Quanto aos valores absolutos das coordenadas, observamos primeiramente que estes oscilam em torno da metade de n , ora acima, ora abaixo, ora iguais a $\frac{n}{2}$. Tomemos como exemplo a sequência de coordenadas $(y_{b_n}) = (0, 1, -1, -2, 2, 3, -3, -4, 4, \dots)$. E tomemos também a sequência das diferenças entre o valor absoluto de y_{b_n} e a metade de n : $(|y_{b_n}| - \frac{n}{2}) = (0, 0.5, 0, 0.5, \dots)$. É um padrão bastante simples. Para obtê-lo, consideramos primeiramente a sequência $(4|y_{b_n}| - 2n) = (0, 2, 0, 2, \dots)$ e recorremos uma vez mais a potências inteiras de (-1) , a saber, $(-1)^{(n+1)}$, que somamos à unidade para obter alternadamente 0 e 2, para $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Por essa estratégia, ajustada a diferentes valores iniciais, chegamos às equações (2.1).

Podemos também descrever com exatidão as medidas das linhas poligonais e dos ângulos que formam com a malha de retas h_i e v_j . Notamos que cada segmento $A_n A_{n+1}$ é a hipotenusa de um triângulo retângulo que tem um cateto unitário e outro cateto igual a $n + 1$, sendo que os catetos pertencem às retas perpendiculares h_i e v_j , para algum $i, j \in \mathbb{Z}$. Vale o mesmo para os segmentos $B_n B_{n+1}$, conforme Figura 3-i.

Como todos os vértices têm coordenadas inteiras, temos que, para qualquer $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, existem $i, j \in \mathbb{Z}$ tais que $A_n \in h_i$ e $A_{n+1} \in v_j$. Por definição, $h_i \perp v_j$, para quaisquer $i, j \in \mathbb{Z}$. Assim, podemos tomar $\{C_n\} = h_i \cap v_j$, e o triângulo $A_n A_{n+1} C_n$ será retângulo em C_n , conforme a

Figura 3-ii. Pelo Teorema de Pitágoras, temos que as medidas dos segmentos de LA_n e LB_n são: $\overline{A_n A_{n+1}} = \overline{B_n B_{n+1}} = \sqrt{(n+1)^2 + 1}$. Temos ainda que a medida do ângulo $\widehat{A_{n+1} A_n C_n}$ é dada por σ_n , que é também a medida de $\widehat{B_{n+1} B_n D_n}$. Dessa forma, temos que $\text{tg}(\sigma_n) = \frac{1}{n+1}$.

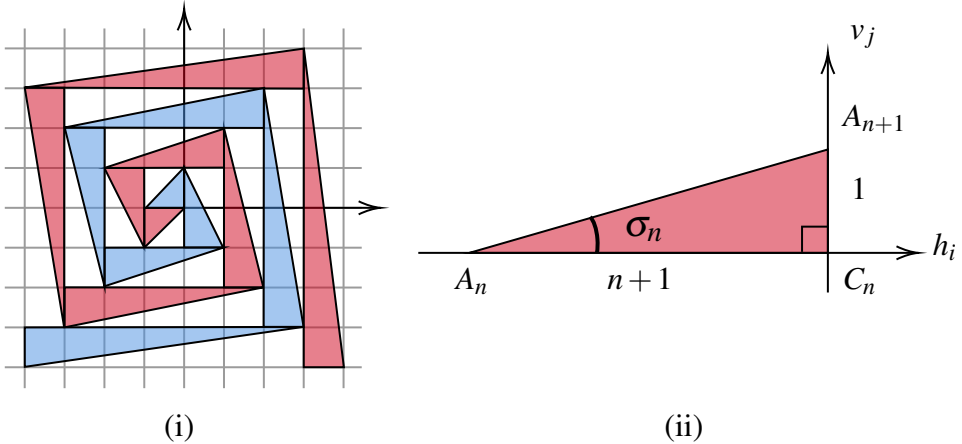


Figura 3: (i) Triângulos retângulos sobre a malha de Charoux. (ii) Representação de um desses triângulos. Fonte: autores.

2.2 Além do traço: curvas ocultas

As linhas poligonais que descrevemos na subseção 2.1 são contínuas, mas não são diferenciáveis em toda a sua extensão – a saber, nos vértices. Para aprofundar o exame da obra de Charoux, pretendemos, nesta subseção, ir além do traço do artista: investigaremos aqui duas curvas parametrizadas diferenciáveis obtidas a partir das sequências de pontos (A_n) e (B_n) , $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, considerando o referencial de Frenet e a curvatura.

Frisamos aqui que as curvas que construiremos a seguir não foram desenhadas pelo artista. Ainda assim, mostraremos que essas curvas, e a variação de sua curvatura, permitem que investiguemos alguns efeitos e características atribuídas à arte de Charoux, em particular a sugestão de movimento e a aparente imprecisão de seu traçado, para além dos limites do cartão de 33 x 33cm. A esse respeito, vale mencionar Ferraz [12], para quem não é o ponto que interessa a Charoux, mas “colocar no espaço a lembrança da estrutura”: “Então poderemos nós, lentamente, evocar mediante tais indicações rígidas, esqueletos de esquemas, aquilo que foi outrora a forma a que ele não mais se subordina”.

2.2.1 Curvas parametrizadas diferenciáveis e curvatura

Sejam as funções diferenciáveis $x, y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, com $x = x(r)$ e $y = y(r)$, $r \in \mathbb{R}$. A função $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, definida por $\gamma(r) = (x(r), y(r))$, é chamada de curva parametrizada diferenciável em \mathbb{R} de classe, no mínimo, C^1 . O conjunto $\mathcal{F} = \{\gamma(r) : r \in \mathbb{R}\}$ é o traço da curva γ representada no

sistema de coordenadas cartesianas Oxy . A derivada de γ é uma função $\gamma' : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, dada por $\gamma'(r) = (x'(r), y'(r))$, sendo $\frac{d}{dr}x(r) = x'(r)$, $\frac{d}{dr}y(r) = y'(r)$ e $\frac{d}{dr}\gamma(r) = \gamma'(r)$ [11, 28].

A Figura 4-i mostra o vetor diretor da reta tangente, $\gamma'(r)$, em $\gamma(r)$, chamado “vetor tangente”, para algum $r \in \mathbb{R}$. Para qualquer ponto X pertencente à reta tangente a γ , temos que os vetores \overrightarrow{PX} e $\gamma'(r)$ são linearmente dependentes, logo $\exists \lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ tal que $\overrightarrow{PX} = \lambda \gamma'(r)$.

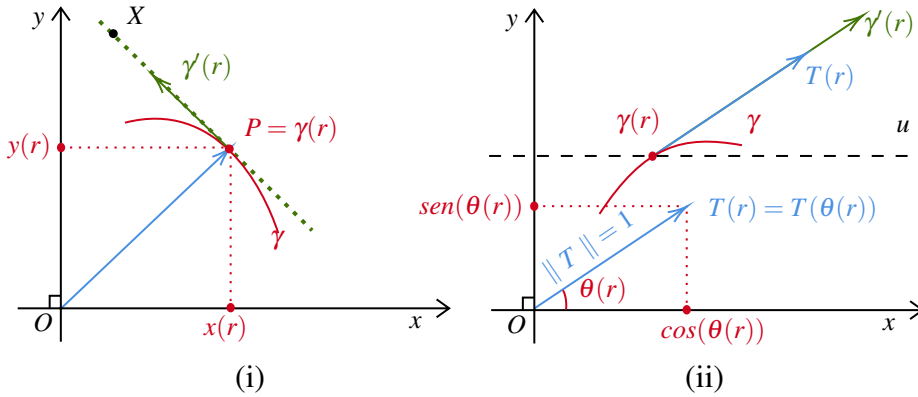


Figura 4: (i) Representação do vetor tangente $\gamma'(r)$. (ii) Representação do vetor tangente unitário $T(r)$ no ponto $\gamma(r)$ e também sua representação na origem do sistema Oxy , com indicação do ângulo diretor $\theta(r)$. Fonte: autores.

Os comprimentos dos vetores $\gamma(r)$ e $\gamma'(r)$ são dados pelas expressões: $\|\gamma(r)\| = \sqrt{x^2(r) + y^2(r)}$ e $\|\gamma'(r)\| = \sqrt{(x'(r))^2 + (y'(r))^2}$.

Vamos considerar um vetor normal, $n(r)$, que seja ortogonal ao vetor tangente, $\gamma'(r)$, no ponto $\gamma(r)$, a saber: $n(r) = (-y'(r), x'(r))$. O produto interno (ou escalar) de $\gamma'(r), n(r) \in \mathbb{R}^2$ é denotado por $\langle \gamma'(r), n(r) \rangle$ e dado por $x'(r)(-y'(r)) + y'(r)x'(r)$. Logo: $\langle \gamma'(r), n(r) \rangle = 0$ e $\|\gamma'(r)\| = \|n(r)\|$.

Os vetores tangente e normal unitários são dados, respectivamente, por $T(r) = \frac{\gamma'(r)}{\|\gamma'(r)\|}$ e $N(r) = \frac{n(r)}{\|n(r)\|}$ e formam uma base móvel de vetores ortonormais chamada “Referencial de Frenet” ou “referencial móvel”.

Como $T'(r)$ e $T(r)$ são ortogonais, temos que $N(r)$ e $T'(r)$ são linearmente dependentes, ou seja, $\exists \lambda_1 \in \mathbb{R}$ tal que $T'(r) = N(r)\lambda_1$. Assim, podemos escrever: $T'(r) = n(r) \frac{\lambda_1}{\|\gamma'(r)\|}$. Daí, representamos o vetor $T(r), r \in \mathbb{R}$, no sistema Oxy , conforme Figura 4-ii.

O vetor tangente unitário, $T(r)$, no ponto $\gamma(r)$ pode ser transportado para a origem do sistema Oxy . Para cada $r \in \mathbb{R}$, a direção de $T(r)$ é alterada segundo um ângulo θ no sentido anti-horário a partir do eixo Ox . Desta forma, consideramos a função diferenciável $\theta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $\theta = \theta(r)$, a qual chamaremos de “ângulo diretor” de $T(r)$ (Figura 4-ii). O ângulo diretor, θ , pode ser representado relativamente ao ponto $\gamma(r)$, no sentido anti-horário, a partir da reta u paralela a Ox . Desta forma, temos que: $T(r) = (\cos \theta(r), \text{sen} \theta(r))$.

Considerando $T(\theta) = (\cos \theta, \text{sen}\theta)$, calculamos: $\frac{d}{d\theta} T(\theta) = T_{,\theta}(\theta) = (-\text{sen}\theta, \cos \theta)$, logo $T(\theta)$ e $T_{,\theta}(\theta)$ são ortonormais. Conforme a Figura 4-ii, temos: $T = T(\theta(r))$, logo, pela regra da cadeia, obtemos: $\frac{d}{dr} T(\theta(r)) = \frac{d}{d\theta} T(\theta(r)) \frac{d\theta}{dr}$, ou seja, $T' = T_{,\theta}\theta'$.

A partir da Figura 4-ii, temos: $\text{tg}(\theta(r)) = \frac{y'(r)}{x'(r)} \Rightarrow \theta(r) = \text{arctg}\left(\frac{y'(r)}{x'(r)}\right)$. Daí podemos calcular: $\theta'(r) = \frac{x'y'' - x''y'}{\|y'\|^2}$.

Considerando a expressão $T' = \left(\left(\frac{x'}{\|y'\|}\right)', \left(\frac{y'}{\|y'\|}\right)' \right)$ e efetuando as respectivas derivadas, obtemos: $T' = n \frac{x'y'' - x''y'}{\|y'\|^3}$.

Seja $k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função definida por:

$$k(r) = \frac{x'y'' - x''y'}{\|y'\|^3}, \tag{2.2}$$

a qual é diferenciável em \mathbb{R} de classe, no mínimo, C^1 . A função k é chamada de “curvatura” da curva parametrizada diferenciável γ . Daí, temos que: $T'(r) = n(r)k(r), r \in \mathbb{R}$. Com isso, a curvatura pode ser escrita como:

$$k(r) = \frac{1}{\|y'(r)\|} \theta'(r). \tag{2.3}$$

Pelo desenvolvimento até aqui realizado, temos: $\langle T, N \rangle = 0, \langle T, T' \rangle = 0, \langle T, T_{,\theta} \rangle = 0$.

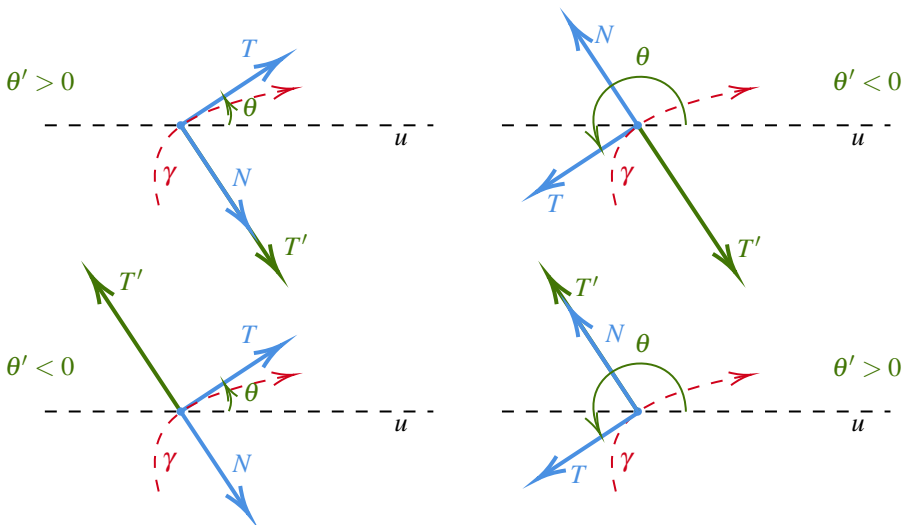


Figura 5: Representações do referencial de Frenet, $\{T, N\}$, e do vetor T' , conforme a orientação da curva γ e o sinal de θ' . Fonte: autores.

A orientação da curva parametrizada diferenciável γ segue a regra da mão direita. Vemos na Figura 5 as representações do referencial móvel, $\{T, N\}$, e do vetor T' , conforme a orientação da

curva γ e o sinal de θ' . Assim, a direção do vetor T' está relacionada ao valor de $\theta'(r), r \in \mathbb{R}$. Se $\theta' > 0$, logo T' e N têm o mesmo sentido. Se $\theta' < 0$, T' e N têm sentidos opostos.

A curvatura k indica a velocidade com que as retas tangentes à curva γ mudam de direção. Sejam $r_0 \in \mathbb{R}$ e k a função curvatura da curva γ . Dizemos que r_0 é um “ponto de inflexão” da curva γ se $k(r_0) = 0$. No ponto de inflexão, a curvatura muda de sinal.

2.2.2 As espirais ocultas de Charoux

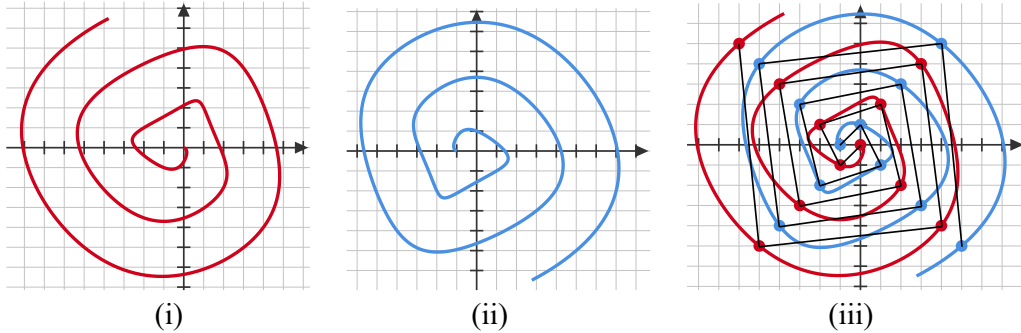


Figura 6: (i) Curva oculta α . (ii) Curva oculta β . (iii) Representação simultânea dos vértices A_n e B_n , das linhas poligonais LA_n e LB_n e das curvas ocultas α (vermelho) e β (azul). Fonte: autores.

Com base no item 2.2.1, tomaremos agora duas curvas parametrizadas diferenciáveis, α e β , que contenham, respectivamente, os vértices A_0, A_1, A_2, \dots e B_0, B_1, B_2, \dots e que associam, a cada valor real t , um par de coordenadas reais. A definição destas curvas parte das expressões que definem os vértices das linhas poligonais, em função de $n \in \mathbb{N}$ – as equações (2.1). Contudo, não basta repeti-las para $t \in \mathbb{R}$, porque potências não inteiras de (-1) nos dariam coordenadas complexas. Para estender o resultado aos reais, e apenas a eles, valemo-nos de funções trigonométricas diferenciáveis que podem refletir tanto a alternância de sinais como a variação de incrementos entre vértices consecutivos. Nestas funções, uma combinação apropriada de senos e cossenos deve exercer o mesmo papel das potências de (-1) usadas nas equações (2.1). E para garantir que as curvas correspondentes contenham todos os vértices do traçado original, valemo-nos de senos e cossenos dos produtos $t\pi$ ou $t\frac{\pi}{2}$, de modo a garantir que, se t é inteiro, a imagem também será. Por esse caminho, e fazendo os devidos ajustes para diferentes valores iniciais, chegamos às curvas $\alpha(t) = (xa(t), ya(t))$ e $\beta(t) = (xb(t), yb(t))$, para todo parâmetro $t \in \mathbb{R}^+$, dadas por:

$$\begin{cases} xa(t) = \frac{1}{4}(\text{sen}\omega_1(t) + \cos \omega_1(t)) f_1(t) + \frac{1}{2}(\text{sen}\omega_3(t) - 1), \\ ya(t) = \frac{1}{4}(\text{sen}\nu_1(t) + \cos \nu_1(t)) f_2(t), \\ xb(t) = \frac{1}{4}(\text{sen}\omega_2(t) + \cos \omega_2(t)) f_1(t) + \frac{1}{2}(\text{sen}(2\omega_2(t)) - 1), \\ yb(t) = \frac{1}{4}(\text{sen}\nu_3(t) + \cos \nu_3(t)) f_2(t), \end{cases} \tag{2.4}$$

sendo: $\omega_1(t) = (t + 1)\frac{\pi}{2}$; $\omega_2(t) = (t - 1)\frac{\pi}{2}$; $\omega_3(t) = t\pi$; $\nu_1(t) = (t + 2)\frac{\pi}{2}$; $\nu_2(t) = (t + 1)\pi$; $\nu_3(t) = t\frac{\pi}{2}$; $f_1(t) = 2t + \cos \omega_3 + 1$; e $f_2(t) = 2t + \cos \nu_2 + 1$.

Chamaremos as curvas α e β (equações (2.4)) de “espirais ocultas de Charoux”, as quais são definidas essencialmente por funções trigonométricas. Por esse expediente, obtemos curvas diferenciáveis de classe C^∞ , no mínimo C^1 , para $t \in \mathbb{R}^+$, cujos traços são apresentados, respectivamente, nas figuras 6-i e 6-ii. Na Figura 6-iii são mostrados, simultaneamente, as curvas α e β , bem como as sequências de vértices (A_n) e (B_n) e as respectivas linhas poligonais LA_n e LB_n , para $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

2.2.3 A curvatura da espiral oculta

Trataremos agora da curvatura da espiral oculta de Charoux. É um ponto central no exame dessa obra, dado que, como pretendemos mostrar, a variação da curvatura pode lançar luz sobre alguns aspectos do trabalho do artista.

A curvatura k das espirais ocultas de Charoux é obtida por meio da substituição das equações (2.4) na equação (2.2) ou (2.3). Ambas as espirais, α e β , têm a mesma curvatura, para todo $t \in \mathbb{R}^+$, a qual pode ser visualizada na Figura 7. Considerando três casas decimais, temos: para $t = 0$, $k(0) = -2.983$; e para $t \rightarrow +\infty$, $k(t) \rightarrow 0$. Desta forma, as espirais ocultas tendem a uma reta. A oscilação se deve ao comportamento trigonométrico da expressão de k . Observamos que, entre $t = 2$ e $t = 4$, existem pontos onde a curvatura é positiva. Isso nos motivou a determinar os pontos de inflexão da curva, onde a curvatura é zero.

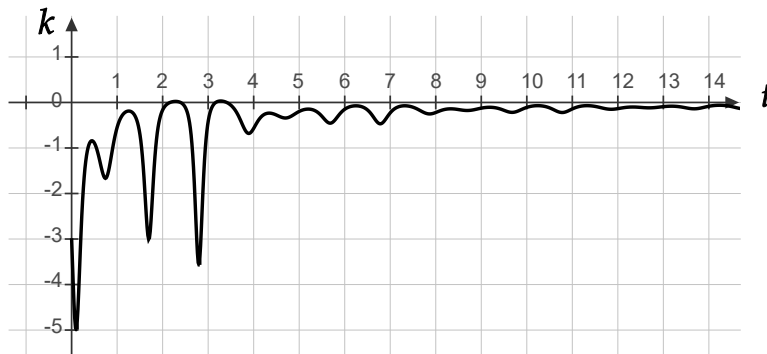


Figura 7: Gráfico da curvatura k , para $0 \leq t < 15$. Fonte: autores.

Na Tabela 1 temos as seguintes indicações, referentes à espiral oculta α : os pontos de máximo e mínimo da curvatura, Q_1 até Q_{12} ; os pontos de inflexão, P_1 até P_4 ; e os pontos de vértice, A_0 até A_5 , relacionados ao parâmetro t . Nos pontos de inflexão, considerando quatro casas decimais, temos $k(2.1626) = k(2.3935) = k(3.1661) = k(3.4075) = 0$. Para determinar os demais valores da curvatura, relativos aos parâmetros t , basta utilizar a equação (2.2).

Um gráfico da curvatura k , sendo $t \in [0, 6]$, com maiores detalhes, é mostrado na Figura 8-i. Nele, vemos o ponto inicial Q_0 , com $k(0) = -2.983$; os pontos Q_1 até Q_{12} , que representam valores máximos e mínimos da curvatura numa vizinhança de t ; e P_1, P_2, P_3 e P_4 , que indicam os pontos de inflexão da espiral. Consideramos $t \in [0, 6]$, já que, entre A_n e A_{n+1} , para $n = 6, 7, 8, \dots$, o comportamento da curvatura se mantém o mesmo. Nesse intervalo, a curvatura k tem grande oscilação devido ao ângulo $\sigma(t)$, conforme visto na Figura 7.

Tabela 1: Indicação dos parâmetros t relacionados aos pontos de inflexão da curvatura, aos pontos de máximos e mínimos da curvatura e aos pontos de vértices da curva oculta. Fonte: autores.

t	Pontos		
	Inflexões	Curvaturas máx. e min.	Vértices
0		Q_0	A_0
0.0983		Q_1	
0.4462		Q_2	
0.7438		Q_3	
1			A_1
1.2559		Q_4	
1.6968		Q_5	
2			A_2
2.1626	P_1		
2.2841		Q_6	
2.3935	P_2		
2.7945		Q_7	
3			A_3
3.1661	P_3		
3.2747		Q_8	
3.4075	P_4		
3.8922		Q_9	
4			A_4
4.3408		Q_{10}	
4.6962		Q_{11}	
5			A_5
5.1973		Q_{12}	

Como se vê na Figura 8-i, a curvatura só não é negativa nos intervalos $J_1 =]2.1626, 2.3935[$ e $J_2 =]3.1661, 3.4075[$. Considerando a curva α (equações 2.4) na equação (2.3) e, a partir da Figura 7, temos que:

- se $t \in \mathbb{R}^+ \setminus]J_1 \cup J_2[$, logo $k(t) < 0$, daí o vetor $T'(t)$ tem sentido oposto ao vetor normal, N .
- se $t \in]J_1 \cup J_2[$, logo $k(t) > 0$, daí o vetor $T'(t)$ tem o mesmo sentido do vetor normal, N .

Podemos visualizar em detalhe, na Figura 8-ii, o comportamento da curvatura k ao longo da espiral oculta. As indicações dos pontos são as mesmas da figuras 8-i, para facilitar o entendimento.

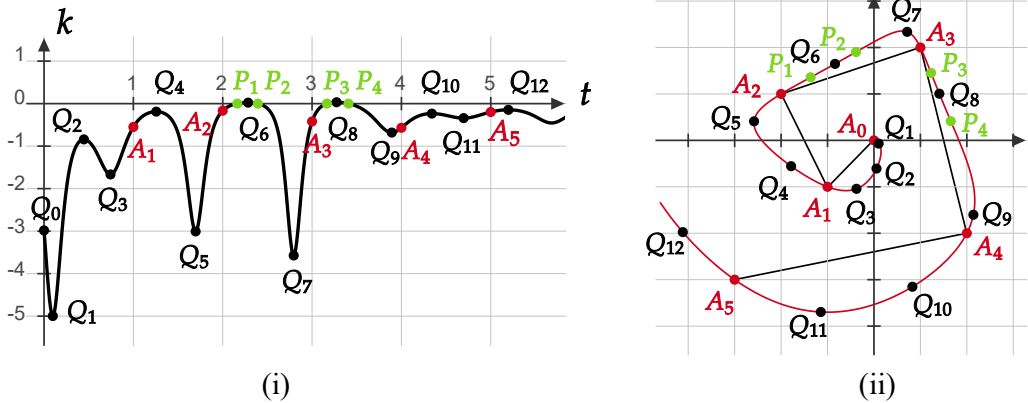


Figura 8: (i) Gráfico da curvatura k da curva oculta, bem como, as representações dos pontos de valores máximos e mínimos locais e dos pontos de inflexão. (ii) Curva oculta α com indicação dos pontos de vértices (A_0 até A_5), das linhas poligonais (LA_1 até LA_5), dos pontos de inflexão (P_1 até P_4) e os pontos com curvaturas máximas (Q_1, Q_3, Q_5, Q_7, Q_9 e Q_{11}) e mínimas ($Q_2, Q_4, Q_6, Q_8, Q_{10}$ e Q_{12}) locais. Fonte: autores.

3 ANÁLISE E DISCUSSÃO

Não se pretende aqui que uma obra de arte seja julgada a partir dos fundamentos matemáticos que possam estruturá-la. Mas, dada a evidente motivação geométrica de artistas do movimento concreto, Charoux em particular, pretendemos mostrar que é possível buscar na Matemática pontos de apoio ao juízo formado no campo estético – e contrapontos.

É o que faremos neste item, confrontando a abordagem matemática de seu traço às impressões que a arte de Charoux deixou na crítica, no jornalismo cultural e entre historiadores. E o faremos segundo quatro eixos: rigor e coerência; imprecisões e ambiguidades; movimento e espaço; Matemática e emoção. Daremos especial atenção aos críticos de primeira hora do movimento concreto, como Mario Pedrosa e Sergio Milliet; aos autores do catálogo da mostra de 1974 *Retrospectiva Charoux*; e à pesquisa de Maria Alice Milliet.

3.1 Rigor e coerência

Diversos críticos e estudiosos atribuem ao trabalho de Charoux rigor e coerência [4, 9, 18, 22, 24, 34, 35].

Em artigo de 1957, o crítico Mario Pedrosa recomendava certa exposição de desenhos do artista pela “coerência da demonstração” e por permitir um “contato extremamente ilustrativo com as

premissas do movimento concreto”: “Seu desenho é a expressão direta e simples dos princípios mais rigorosos do concretismo” [22]. Sua arte “é feita de rigor, mas de um rigor que se disfarça”, e o artista, ainda segundo Pedrosa, é “severo, rigoroso, fugindo às indecisões como o diabo da cruz” [22].

Ao examinar em retrospectiva a obra de Charoux, Pontual [24] anota sua “coerência evolutiva” e afirma que por volta de 1955 o artista assumira, “inteira e definitivamente, o rumo da pura construção rigorosa de um novo espaço pictórico”.

Obviamente, não se procura no desenho de Charoux ora examinado, ou em qualquer outro, a mesma noção de rigor que se aplica a uma demonstração matemática. Mas cabe reconhecer a lógica interna da obra ora examinada: o traçado do artista se deduz de regras muito precisas e bem definidas – de outra forma, não poderíamos descrever os vértices das linhas poligonais, tal como fizemos por meio das equações (2.1).

Neste sentido, pode-se de fato tomar esta obra de 1958 como exemplo do rigor e da coerência de Charoux. Pode-se tomá-la, aliás, como exemplo do modo de criação reivindicado por Max Bill, em que o artista parte de “um esquema gerador”, e, “tal qual num teorema de álgebra, a forma se desenvolve” [1]. A esse respeito, observamos que o desenho ora examinado remete à própria obra de Max Bill, em particular à linha poligonal que organiza as *Quinze Variações Sobre um Mesmo Tema* (1935-38).

3.2 Imprecisões e ambiguidades

Em aparente paradoxo, atribuem-se tanto rigor e coerência como ambiguidade e imprecisão ao trabalho de Charoux. Para Milliet [18], Charoux “sentia-se atraído pela ambiguidade das soluções compositivas do plano, pela instabilidade do equilíbrio”. Pedrosa chama atenção para o “jogo das ambivalências visuais em que paralelas parecem convergir ou divergir, aproximar-se do centro da figura ou abrir-se” [22]. Em texto reproduzido por Gullar [13], o crítico afirma ainda que a obra de Charoux é “uma pesquisa (...) ardente de precisão e de contra-precisão; quer dizer, a precisão é controlada pela imprecisão.”

Do ponto de vista matemático, tanto as linhas traçadas pelo artista como as curvas modeladas a partir delas são perfeitamente precisas: seus pontos estão bem definidos pelas funções descritas na seção 2, não havendo qualquer ambiguidade – ou não seriam funções, por óbvio. Há, no entanto, uma persistente quebra de expectativa no traçado do artista, um certo desconforto, que, com alguma liberdade, podemos tomar como expressão da “contra-precisão” e “ambiguidade” apontadas pela crítica. E o estudo das curvas parametrizadas diferenciáveis, proposto na subseção 2.2, parece capturar esse aspecto marcante da obra de Charoux.

Primeiramente, chamamos atenção para a oposição entre a malha cartesiana, de retas horizontais e verticais, e as linhas poligonais, de inclinações inicialmente conflitantes. Conforme nos afastamos do centro do desenho, ou seja, conforme n aumenta e $\text{tg}(\sigma_n) = \frac{1}{n+1}$ diminui, os segmentos poligonais parecem “endireitar”, tendendo a alinhar-se aos eixos horizontal e vertical do sistema de coordenadas. O resultado são linhas “quase paralelas” à malha quadriculada. Mas essa

tendência ao conforto do paralelismo não se realiza nos limites do desenho, e, assim, a tensão nunca se desfaz.

As curvas parametrizadas descritas na subseção 2.2 refletem esse jogo de “precisão” e “contra-precisão”. Como a Figura 7 ilustra, a curvatura k ora aumenta, ora diminui, em função de t , chegando por quatro vezes a mudar de sinal. Essa oscilação da curvatura, conforme t varia, pode ser tomada como a expressão matemática da permanente tensão promovida pelo traçado do artista. Sugerimos que a curvatura k possa de fato medir este desconforto, com oscilações que se abrandam, sem nunca cessar, conforme o parâmetro t aumenta.

Lembramos adicionalmente que, dado o sistema ortogonal adotado, o comprimento das linhas poligonais é necessariamente um número irracional. Como apontado na subseção 2.1, todos os segmentos das linhas poligonais podem ser tomados como hipotenusas de triângulos retângulos em que a medida de um cateto é um número inteiro, e a do outro, a unidade. Assim, pelo Teorema de Pitágoras, todas as hipotenusas medem $\sqrt{(n+1)^2+1}$. São, digamos, quase quadrados perfeitos. É certo que um número irracional não é menos preciso que um número inteiro, mas é igualmente certo que os segmentos poligonais não podem se ajustar aos segmentos da malha cartesiana – são, como se sabe, incomensuráveis.

3.3 Movimento e espaço

Tanto na Arte como na Matemática, é imediata a correspondência entre linha e movimento. Citamos aqui *ponto, linha, plano*, obra seminal de Vassily Kandinsky [14], que inspirou o movimento concretista: “(A linha geométrica) é o rasto do ponto em movimento, portanto, é o seu produto. Nasceu do movimento, e isto pelo aniquilamento da imobilidade suprema do ponto.”

Não surpreende que a obra de Charoux, artista que se notabilizou pelo uso da linha, seja tão frequentemente associada a ideia de movimento. Para Pontual [24], “as linhas, embora fixadas no papel ou na tela, não estão paradas, porque o nosso olhar as percorre e move”. Para Ferraz [12], “na sua imobilidade silenciosa, as linhas e as formas de Charoux se movem...”. Segundo Zanini [35], “suas formas definem-se com nitidez, ao mesmo tempo que se transformam pelas interpenetrações espaciais, provocando calmos movimentos óticos”. E no próprio manifesto que funda o concretismo no Brasil, defende-se a “renovação dos valores essenciais da arte visual (espaço-tempo, movimento e matéria)” [7].

Não é preciso muito esforço para estabelecer a correspondência da noção de movimento com a parametrização de curvas. De fato, a parametrização de curvas pode ser entendida, e assim é justamente ensinada, como estratégia para descrever a posição de uma partícula em função do tempo, não sendo por outra razão que se convencionou tomar a letra t para representar a variável independente [27].

Mas que tipo de movimento o desenho ora examinado sugere? Aqui, chamamos atenção para o contraste entre o movimento retilíneo que cada segmento poligonal sugere e as bruscas guinadas associadas aos vértices $(A_n), (B_n)$, guinadas cada vez mais próximas de 90 graus, conforme $n \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ aumenta. O resultado são formas espiraladas, com pontos cada vez mais dis-

tantes do centro. As curvas parametrizadas diferenciáveis obtidas nas equações (2.4) superam esse contraste, ao definir uma rota de fuga a partir do centro do desenho, sem mudanças abruptas de direção. E aqui tomamos a liberdade de reler esta obra de Charoux à luz do comentário de Zanini [35]: as linhas poligonais “definem-se com nitidez”, enquanto as espirais ocultas, cuja curvatura estudamos, traduzem “calmos movimentos óticos”, cada vez mais calmos, conforme o parâmetro t aumenta.

É certo que, segundo a proposta concretista, a arte não representa nada além de si mesmo. Mas isso não torna o trabalho de Charoux imune a interpretações no plano simbólico. Não é preciso muita imaginação para reconhecer no jogo de curvas parametrizadas os braços de uma galáxia espiral. Ferraz, de fato, enxergava nele certa “reverência contemplativa face aos mistérios do universo”, enquanto Vieira via “elementos cósmicos” nas obras de fundo preto, que “lembram rotações de galáxias” [18]. E ainda Vieira: “Parece-nos que sua arte, ora no mundo industrial, ora no mundo cósmico também se nutre de mistérios, ideologias e sentimentos” [30].

3.4 Matemática e emoção

Os artistas do movimento concreto não tiveram aceitação imediata no Brasil. Logo após a mostra inaugural, em 1952, o mais influente crítico em atividade em São Paulo, Sergio Milliet, fez pouco do manifesto do Grupo Ruptura [20], apontando “contradições e vaguidades”. “Pelo estilo e a gramática, a algaravia apenas aborrece”, escreveu. Quanto às obras em exposição, opinou que “uns (artistas) revelam boa técnica, domínio do instrumento de expressão, gosto e inteligência. Outros são menos maduros, menos imaginativos.”

No Rio, outro influente crítico de arte, também fazia ressalvas ao trabalho dos paulistas. Sobre Charoux, em particular, Mário Pedrosa escreve em 1957 que sua arte é modesta e presa aos cânones do concretismo. E decreta: a arte de Charoux até “encanta ou atrai, mas não arrebata nem se impõe” [22]. Pedrosa seria o mentor do grupo de artistas do Rio de Janeiro que, na tentativa de romper com supostas limitações do concretismo, lançariam em 1959 o neoconcretismo.

Comumente, as ressalvas que se fizeram à arte concreta tiveram por alvo o ordenamento matemático da criação artística, tomado por dogmatismo. “O racionalismo rouba à arte toda a autonomia e substitui as qualidades intransferíveis da obra de arte por noções da objetividade científica”, critica Gullar [6], no manifesto lançado pelos neoconcretos.

Curiosamente, também os comentários elogiosos tendem a relativizar o regramento matemático das obras concretistas, encontrando, em sua negação, espaço para a criatividade artística. Para Laus [10], Charoux “sabe quebrar a rigidez geométrica das composições mediante artifícios pictóricos que dão à tela vibração e luminosidade”. Tristão [10] aponta certo “geometrismo altamente técnico, matemático e estudado, mas consciente do seu papel nas criações artísticas”. Para Almeida [10], o trabalho do artista, “malgrado a frieza geométrica do resultado, não dispensa os haustos da inspiração”.

Claramente, tais críticas e ressalvas embutem a ideia de que a Matemática seja um polo de “frieza”, “ascetismo”, “severidade”, “impessoalidade”, “formalismo”, por oposição à “sensibili-

dade”, “intuição”, “subjetividade” da criação artística, para usar termos com que nos deparamos na presente pesquisa. É uma ideia superada, acreditamos. Max Bill, ele próprio entusiasta da abordagem matemática, esclarecia assim a falsa oposição entre Matemática e emoção, em entrevista de 1953: “As emoções não devem ser sentidas matematicamente. Porém mesmo nas ciências matemáticas há este lado filosófico perfeito que os matemáticos, com justa razão, podem se emocionar com o resultado” [18]. Quanto a isso, vale lembrar Poincaré [23], a respeito da pesquisa matemática: “É por meio da lógica que provamos, mas é por meio da intuição que descobrimos.”

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em seu manifesto, o Grupo Ruptura defendia a criação de “formas novas” a partir de “princípios novos” [7]. Do ponto de vista matemático, é claro, não cabe falar em princípios novos – ou velhos. Cabe reconhecer a originalidade das formas criadas por Charoux. Ayala [2] enxerga em seu trabalho a “intensa criação de formas e espaços resultantes de equações gráficas da mais alta originalidade”. Para Pedrosa [22], Charoux passeia por um “vasto campo de formas novas, inéditas ou inusuais, como que explicado ou decodificado pela geometria”.

É assim também que percebemos o traçado do artista examinado neste trabalho: uma forma nova, inusual, que se pode descrever por meio das armas da geometria. Foi o que buscamos. Em um primeiro momento, tratamos de descrever o traço do artista: duas linhas poligonais, ligando pontos de uma malha quadriculada, determinados nas equações (2.1). Observamos então que, conforme nos afastamos do centro do quadro, os segmentos das linhas poligonais tendem a se alinhar ao gride. Como vimos, contudo, esse alinhamento não pode se concretizar nos limites da tela, daí certo desconforto, certa tensão, que relacionamos à imprecisão, instabilidade ou ambivalência, que a crítica atribui a Charoux.

Essa permanente tensão reflete, a nosso ver, a quebra de expectativas que se experimenta a cada guinada da linha poligonal. Para estudá-la, consideramos necessário ir além do desenho de Charoux, e por isso construímos as curvas batizadas de espirais ocultas de Charoux, definidas pelas equações (2.4).

Ao contrário das linhas poligonais, essas curvas parametrizadas são diferenciáveis em toda a sua extensão, de modo que pudemos examinar sua curvatura. Verificamos que a curvatura varia bruscamente de início, com oscilações acima e abaixo de zero – o que significa que a curvatura chega a mudar de sentido. Conforme nos afastamos do centro da tela, as oscilações abrandam, sem nunca cessar. Propomos que a curvatura expresse a permanente tensão, a inquietude que experimentamos diante dessa obra de Charoux.

Dissemos no início que a Matemática pode inspirar a criação artística, tanto quanto esta pode despertar o interesse naquela. É particularmente o caso de Charoux, nos parece. É razoável, assim, que busquemos pontos de contato entre o olhar matemático e sua fortuna crítica. Lembramos a esse respeito o esforço de diversos autores em se apossar do jargão matemático, com maior ou menor propriedade, para examinar a obra do artista. Vieira [31], por exemplo, fala na “verdade trigonométrica”, em “ideias-números”, “crescimento homotético”, “hexagramas de Salomão” e

“pentagrama de Pitágoras”. Zanini [33] fala em “funções ao nível do limite”, “jogos combinatorios no espaço” e “transladação controlada”. É um esforço bem-vindo, a que pretendemos nos somar.

Ao “decodificar” o traçado de Charoux por meio da geometria, para usar expressão de Pedrosa, encontramos diversas correspondências com o juízo feito de sua obra. Procuramos investigá-las, na seção 3 deste trabalho, de acordo com quatro eixos: rigor e coerência; imprecisões e ambiguidades; movimento e espaço; Matemática e emoção. Em seu conjunto, essas correspondências demonstram que o exame dos “aspectos técnicos” e da matemática “oculta” da obra de Charoux pode reforçar e até qualificar as impressões que causou na crítica. Pode, de quebra, afastar da Matemática o estigma de frieza e impessoalidade. A esse respeito, vale lembrar as palavras de Charoux, ele mesmo: “Dizem que geometria é um negócio frio. Pois eu ferveo quando traço uma linha” [19].

ABSTRACT. This study takes a mathematical look at a work of art by one of the pioneers of Brazilian concretism, Lothar Charoux (1912-1987). We examined a drawing with a striking geometric appeal dating back to 1958. Based on its patterns, we defined a set of differentiable parameterized curves, referred to as “hidden Charoux spirals”, and studied their curvature. We intend that the mathematical description of this artwork, using the tools of differential geometry, can enrich the artist’s critical fortune. To this end, we confronted the mathematical description of the drawing with the impressions Charoux left among critics, cultural journalists, and art historians.

Keywords: differential geometry, curvature, concrete art, Lothar Charoux.

REFERÊNCIAS

- [1] F.D. Aquino. Max Bill critica a nossa moderna arquitetura. *Manchete*, **60** (1953), 38–39. URL <https://icaa.mfah.org/s/en/item/1091637?c=&m=&s=&cv=&xywh=-1673%2C0%2C5895%2C3299>.
- [2] W. Ayala. Equações gráficas. *Jornal do Brasil, caderno B*, (1973), 2.
- [3] J. Bandeira (editor). “Arte concreta paulista: documentos”. Cosac & Naify, Centro Maria Antônia da USP, São Paulo (2002), 96 p.
- [4] A.M. Belluzzo. Ruptura e arte concreta. In A. Amaral (editor), “Arte construtiva no Brasil, Coleção Adolpho Leirner”. Companhia Gráfica Melhoramentos, DBA Artes Gráficas, São Paulo (1998), p. 94–141.
- [5] M. Bill. The mathematical approach in contemporary art. In K. Stiles & P. Selz (editors), “Theories and Documents of Contemporary Art. A Sourcebook of Artists’ Writings”. University of California Press (1996), p. 74–77.
- [6] A.D. Castro, F. Gullar, F. Weissmann, L. Clark, L. Pape, R. Jardim & T. Spanúdis. Manifesto neoconcreto. *Jornal do Brasil, Suplemento Dominical*, (1959), 4–5.

- [7] L. Charoux, W. Cordeiro, G. de Barros, K. Féjer, L. Haar, L. Sacilotto & A. Wladislaw. *Manifesto Ruptura* (1952).
- [8] I. Chilvers (editor). “The Oxford dictionary of art and artists”. Oxford University Press (2009).
- [9] R. Cintrão & A.P. Nascimento. “Grupo Ruptura”. Cosac & Naify, Centro Maria Antônia da USP, São Paulo (2002), 80 p.
- [10] M. de Arte Moderna de São Paulo. “Lothar Charoux: retrospectiva”. Museu de Arte Moderna, São Paulo (1974), 48 p. Catálogo de exposição.
- [11] M.P. do Carmo. “Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies”. Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro (2005).
- [12] G. Ferraz. Sentido de uma exposição: Charoux. *A Tribuna*, (1971), 6.
- [13] F. Gullar. Desenhos de Lothar Charoux. *Jornal do Brasil, Caderno B*, (1962), 4.
- [14] W. Kandinsky. “Ponto, linha, plano: contribuições para a análise de elementos picturais”. Edições 70, Lisboa (1996).
- [15] J. Malkevitch. “Mathematics and Art: Connecting Mathematicians and Artists”. Springer International Publishing, Cham (2021), p. 467–496. doi:10.1007/978-3-319-57072-3_83.
- [16] B.B. Mandelbrot. Fractals and an Art for the Sake of Science. *Leonardo*, **22**(5) (1989), 21–24. URL <https://www.muse.jhu.edu/article/609417>.
- [17] T. Marar. Aspectos topológicos na arte concreta. In “Segunda Bienal de Matemática da Sociedade Brasileira de Matemática”, volume 1. SBM, Salvador (2004), p. 1–10.
- [18] M.A. Milliet. “Lothar Charoux: a poética da linha”. DAN Galeria, São Paulo (2005).
- [19] M.A. Milliet. “Lothar Charoux: razão e sensibilidade”. Instituto de Arte Contemporânea, São Paulo (2014), 88 p.
- [20] S. Milliet. Duas exposições. *O Estado de S. Paulo*, (1952), 6.
- [21] F. Morais. Concretismo/Neoconcretismo: quem é, quem não é, quem aderiu, quem precedeu, quem tangenciou, quem permaneceu, saiu, voltou, o concretismo existiu? In A. Amaral (editor), “Projeto construtivo brasileiro na arte (1950-1962)”. Museu de Arte Moderna; Pinacoteca do Estado, Rio de Janeiro; São Paulo (1977), p. 292–300.
- [22] M. Pedrosa. Charoux, artista concreto. *Jornal do Brasil*, (1957), 8. URL <https://news.google.com/newspapers?id=RwM1AAAAIBAJ&sjid=U4wDAAAAIBAJ&hl=pt-BR&pg=7122%2C970857>.
- [23] H. Poincaré. “Science et méthode”. E. Flammarion, Paris (1908). URL <https://archive.org/details/scienceetmethod00poin/page/136/mode/2up>.
- [24] R. Pontual. “Retrospectiva Lothar Charoux no MAM do Rio de Janeiro”. Museu de Arte Moderna, Rio de Janeiro (1974). Folder de exposição.

- [25] H. Read, N. Stangos, T.L. Pérez & G. Margarido. “Dicionário da arte e dos artistas”. Edições 70, Lisboa (1995).
- [26] D. Schattschneider. Mathematics and Art - So Many Connections. *Mathematics Awareness Month*, (2003). URL <https://ww2.amstat.org/mam/03/essay3.html>. S. p.
- [27] J. Stewart. “Cálculo, volume 2”. Cengage Learning, São Paulo (2013).
- [28] K. Tenenblat. “Introdução à Geometria Diferencial”. Blucher, São Paulo, 2 ed. (2008).
- [29] T. van Doesburg, O.G. Carlsund, J. Helion, L. Tutundjian & M. Wantz. Base de la peinture concrète. *Revue Art Concret*, (1) (1930), 1. URL https://monoskop.org/images/2/2d/Art_concret_1_1930.pdf#page=3.
- [30] J.G. Vieira. Lothar Charoux. *Folha da Manhã, Assuntos Culturais*, (1958), 4.
- [31] J.G. Vieira. Lothar Charoux. *Folha de S. Paulo, Folha Ilustrada*, (1965), 8.
- [32] P. Vighi & I. Aschieri. From Art to Mathematics in the Paintings of Theo van Doesburg. In V. Capocchi, M. Buscema, P. Contucci & B. D’Amore (editors), “Applications of Mathematics in Models, Artificial Neural Networks and Arts: Mathematics and Society”. Springer Netherlands, Dordrecht (2010), p. 601–610. doi:10.1007/978-90-481-8581-8_27.
- [33] I. Zanini. Manezinho e Charoux, jovens velhos. *Folha de S. Paulo, Folha Feminina*, (1974), 6.
- [34] W. Zanini. “Seis pesquisadores da arte visual: Alberto Aliberti, Heinz Kühn, Hermelindo Fiaminghi, Kazmer Fejer, Lothar Charoux, Sylvia Mara Gueller”. Museu de Arte Contemporânea da Universidade de São Paulo, São Paulo (1966). Catálogo de exposição.
- [35] W. Zanini. “A arte concreta e neoconcreta no Brasil”, volume II. Instituto Walther Moreira Salles, Fundação Djalma Guimarães, São Paulo (1983), 379-401 p.

How to cite

Jelin, D.F. & Venezuela, A.L. Arte e Matemática no traço de Lothar Charoux. *Trends in Computational and Applied Mathematics*, **25**(2024), e01783. doi: 10.5540/tcam.2024.025.e01783.

