

Análise da Performance da Técnica MC/MC-CDMA

A.S. ARAÚJO¹, G.A. CARRIJO², E.L. FLORES³, Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Uberlândia (UFU), Av. João Naves de Ávila 2121, Santa Mônica, 38400-902 Uberlândia, MG, Brasil.

Resumo. A técnica Multi Portadora / Multi Código CDMA (MC/MC-CDMA) é analisada através de uma comparação do desempenho entre as técnicas Multi Código CDMA e Multi Portadora CDMA. Os resultados mostram que o sistema MC/MC-CDMA apresenta um alto desempenho em relação aos outros sistemas, permitindo que esta técnica seja usada para futuras gerações de equipamentos.

1. Introdução

De tempos em tempos, percebe-se que novas técnicas surgem para satisfazerem grandes demandas de serviços. Soluções possíveis, que surgiram recentemente como uma alternativa a esta demanda, são as técnicas de Multi Portadora CDMA, de Multi Código CDMA e ainda, de MC/MC-CDMA. O desempenho dessas técnicas será mostrado através de comparações analíticas (quantidade de usuários, probabilidade média de erro do bit, relação sinal/ruído e da energia do bit). O artigo organiza-se na seguinte maneira: Seção II, modelo de canal, a Seção III e IV, uma introdução das técnicas de Multi-Portadora e Multi-Código, respectivamente. Na seção V, o esquema MC/MC-CDMA e por último, resultados e conclusões.

2. Modelo de Canal

A resposta do impulso do canal $h_{k,m}(t)$, para m portadoras e k usuários, é

$$h_{k,m}(t) = \sum_{l=1}^L g_{k,m,l} \delta(t - t_{k,l}). \quad (2.1)$$

Sendo que $g_{k,m,l} = \beta_{k,m,l} e^{j\gamma_{k,m,l}}$ é o ganho do trajeto do canal, L é o número de trajetos e $t_{k,l}$ é o atraso para k usuário. A função de distribuição para o modelo de canal *fading* pode ser uma distribuição de *Nakagami*, de *Rayleigh* ou de *Rician*,

¹asaraujo@mestrado.ufu.br

²gilberto@ufu.br

³edna@ufu.br

depende do parâmetro m , que varia $1 \leq m < 1$. A função densidade probabilidade (pdf) é dada por

$$f_{\beta}(\beta) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \beta^{2m-1} e^{-\frac{m\beta^2}{\Omega}}, \quad (2.2)$$

onde Ω é o segundo momento da variável aleatória (v.a) β e Γ é a função Gamma. Assuma-se que:

1. Multi Portadora: $\beta_{k,m,l}$ será v.a de *Rayleigh*, com média zero e σ_l^2 , de potência uniforme $\sigma_l^2 = 1/L$. Quando o máximo atraso de propagação do canal é T_m , o número resolvível de trajetos L [6] é dado por $L = \lfloor \frac{2(L_1-1)}{MS+1} \rfloor + 1$, onde L_1 é o número de trajetos resolvíveis no caso de $M = S = 1$.
2. Multi Código: $\beta_{k,l}$ será uma distribuição de *Nakagami* (2.2), com $m = 2$.
3. MC/MC-CDMA: $\beta_{k,l}$ será uma distribuição de *Nakagami* (2.2), com $m = 1$ (*Rayleigh*).

3. Sistema de Multi Portadora

3.1. Esquema Proposto

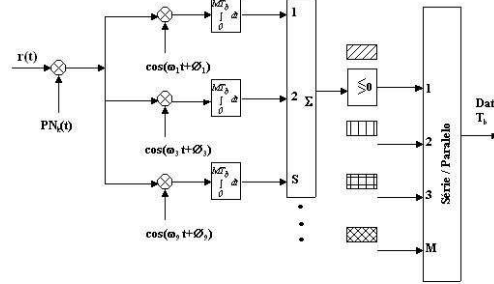
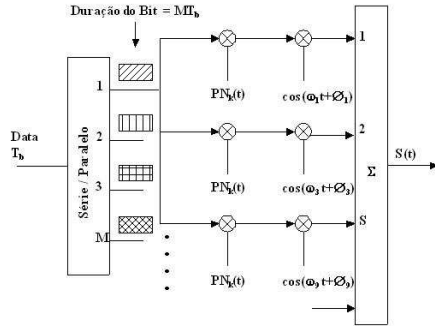


Figura 1: *Transmissor Multi Portadora CDMA*, $M=4/S=3$.

Figura 2: *Receptor Multi Portadora CDMA*.

Inicia-se com uma rajada de dados, como mostra a fig. 1, com alta taxa e duração do bit T_b , convertida de série para paralelo (S/P) as M sub-rajadas, de menores taxas. A nova duração do bit para cada sub-rajada é $T = MT_b$. Cada sub-rajada paralela é espalhada pelo mesmo código PN (*Pseudo-Noise*) de tamanho N e duração do chip T_c , onde $T = NT_c$. Em seguida, são multiplicadas por MS portadoras ortogonais, para a modulação BPSK em cada sub-rajada. O sinal transmitido para k usuários, assumindo que estes sejam iguais para todo M e S , é dado por

$$S_k(t) = \sum_{m=1}^{MS} \sqrt{2P} b_{kp}(t) a_k(t) \cos(\omega_m t + \phi_{km}), \quad (3.1)$$

onde P é a potência transmitida por toda portadora, ω_m é a m -ésima frequência da portadora, $\phi_{k,m}$ é a fase aleatória para cada portadora, uniformemente distribuída em $[0, 2\pi]$ e $a_k(t)$ é o código PN do usuário k , S é o número total de chips/bit de dados, ou seja, transmitem MS chips de S bit de dados por MS portadoras, 1 chip por portadora.

3.2. Probabilidade de Erro do Bit

A probabilidade de erro em B é dada por

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(B\sqrt{Y}). \quad (3.2)$$

Sendo

$$B = \sum_{\nu=1}^S \sum_{n=1}^{\lambda} \beta_{1,q,n}$$

$$\begin{aligned} Y^{-1} &= \frac{N_0 S \lambda}{PT} + \frac{4S}{3N} \left(\lambda - \sum_{n=1}^{\lambda} \sigma_n^2 \right) + \frac{2S\pi}{3N} \sum_{n=1}^{\lambda-1} \sum_{l=n+1}^{\lambda} \left(1 - \frac{l}{N} + \frac{n}{N} + \frac{1}{2N} \right) \sigma_l \sigma_n \\ &+ \frac{2Q}{\pi^2 N} \left(\lambda - \sum_{n=1}^{\lambda} \sigma_n^2 \right) - \frac{\tilde{Q}}{N\pi} \sum_{n=1}^{\lambda-1} \sum_{l=n+1}^{\lambda} \left(1 - \frac{l}{N} + \frac{n}{N} + \frac{1}{2N} \right) \sigma_l \sigma_n \\ &+ \frac{4S\lambda}{3N} (K-1) + \frac{2\lambda}{\pi_2 N} (K-1)Q. \end{aligned}$$

Na (3.2) condiciona-se para v.a *Rayleigh*, B e Y . Integrando a probabilidade média de erro do bit, tem-se

$$P[e] = \frac{1}{M} \sum_{p=1}^M \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(B\sqrt{Y}) p(B) dB, \quad (3.3)$$

onde $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt$, $p(B)$ é a pdf B e B é uma v.a das somas de λS de *Rayleigh* que consiste λ etapas. Cada etapa representa "um" de multi-trajetos. A média da relação sinal ruído γ é dada por [6]

$$\gamma = \frac{2PT}{N_0 \lambda} \left[1 + \frac{(S-1)\pi}{4} + \frac{(S-1)}{S} \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) \rho \right] \sum_{i=1}^{\lambda} \sigma_i^2 + \frac{\pi}{2} S \sum_{i=1}^{\lambda-1} \sum_{j=i+1}^{\lambda} \sigma_i \sigma_j. \quad (3.4)$$

4. Sistema Multi Código

4.1. Esquema Proposto

Inicia-se com um sinal $b_k(t)$, como mostra a fig. 3, para k usuários. O sistema converte (S/P), R rajadas de dados, onde estas são codificadas por um conjunto

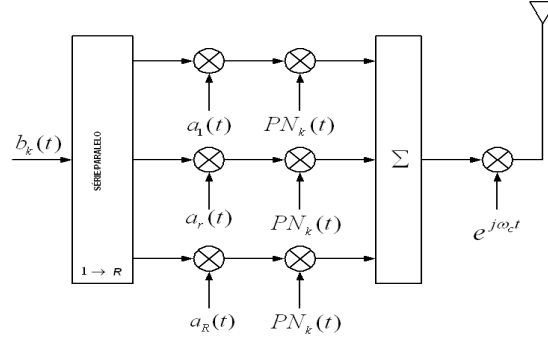


Figura 3: Estrutura do transmissor Multi Código CDMA.

de códigos ortogonais, $a_r(t)$ [1] e multiplicadas por uma seqüência de códigos PN (Pseudo-Noise), $c_k(t)$ [1]. Por fim, o sinal transmitido, é dado por

$$S_T(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{r=1}^R \sqrt{2P} a_r(t) c_k(t) \text{Re}[b_{rk}(t) e^{j\pi 2f_c t + \theta_k}], \quad (4.1)$$

onde P é a potência da portadora, f_c é a freqüência da portadora, e θ_k é a variável aleatória uniformemente distribuída em $[0, 2\pi]$.

4.2. Relação Sinal Ruído

Usa-se o modelo EGC (Equal Gain Combining), como mostra na fig. 4, para obtenção da SNR na saída. O Y_i e γ_i , é o sinal e a SNR de i níveis de entradas, respectivamente, e Y , γ é o sinal resultante e a SNR do combinador de saída. Sendo $\sqrt{\frac{P}{2}} \beta_i b$ [1] o sinal desejado e η_i a soma de todas as interferências mais o ruído (AWGN) contido em i níveis, temos

$$Y = \sqrt{\frac{P}{2}} T b \sum_{i=1}^Q \beta_i + \sum_{i=1}^Q \eta_i. \quad (4.2)$$

Como mostra em [1], a variância total da interferência mais o ruído é dado por

$$\sigma_T^2 = \frac{PT^2\Omega}{3NR} \left[\frac{e^{-\delta} - e^{-\delta L}}{1 - e^{-\delta}} + \frac{(R-1)(1 - e^{-\delta L})}{1 - e^{-\delta}} + \frac{R(K-1)(1 - e^{-\delta L})}{1 - e^{-\delta}} + \frac{3NN_0R}{4PT\Omega} \right]. \quad (4.3)$$

Assim, para o sinal do 1-ésimo usuário propagando-se no 1-ésimo trajeto, o SNR (relação da potência sobre a interferência) é igual

$$SNR = \gamma_{11} = \frac{S}{\sigma_T^2} = \frac{PT^2(\sum_{i=1}^Q \beta_i)^2}{2Q\sigma_T^2} = \sqrt{\gamma} = \left(\frac{\sqrt{\frac{P}{2}} T (\sum_{i=1}^Q \beta_i)^2}{\sqrt{Q\sigma_T^2}} \right). \quad (4.4)$$

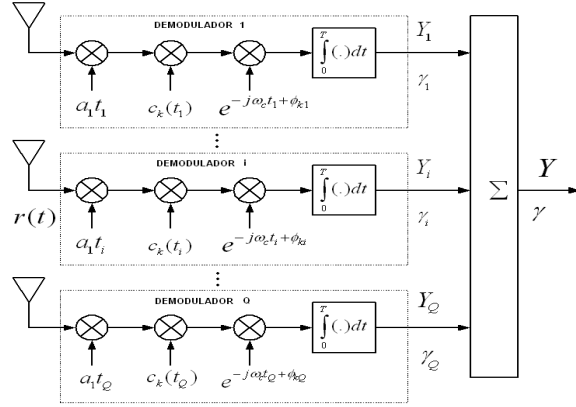


Figura 4: Estrutura do receptor Multi Código CDMA, para o modelo de EGC.

4.3. Probabilidade de Erro do Bit

Para estimar a taxa de erro do bit (BER) do sistema, supõe-se uma detecção coerente, ou seja, na presença de AWGN. A probabilidade de erro do bit é dada por [3],[1],[5]

$$P_e(x) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma}). \quad (4.5)$$

Para se computar a média de BER, integra-se a probabilidade de erro condicionado em γ , da seguinte forma:

$$P_e = \int_0^{\infty} f_x(\gamma) P_e(x) d\gamma. \quad (4.6)$$

Sendo $x = \sum_{i=1}^Q \beta_i$, soma de Q [4] e uma v.a distribuída de *Nakagami* (2.2) com parâmetros (m, Ω) e é também uma v.a distribuída de *Nakagami* com parâmetros $(Q_m, Q^2 \Omega (1 - 1/5m))$. Isto implica que a pdf de x é

$$f_x(y) = \frac{2}{\Gamma(Q_m)} \left(\frac{m}{Q\Omega(1 - \frac{1}{5m})} \right)^{Q_m} y^{2Q_m-1} e^{-\left(\frac{my^2}{Q\Omega(1 - \frac{1}{5m})}\right)}. \quad (4.7)$$

A probabilidade média do erro para EGC é obtida substituindo (4.7) em (4.6)

$$\bar{P}_e = \int_0^{\infty} \frac{y^{2Q_m-1}}{\Gamma(Q_m)} \left(\frac{m}{Q\Omega(1 - \frac{1}{5m})} \right)^{Q_m} e^{-\left(\frac{my^2}{Q\Omega(1 - \frac{1}{5m})}\right)} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{\frac{P}{2}Tx}}{\sqrt{Q\sigma_T^2}}\right) dy. \quad (4.8)$$

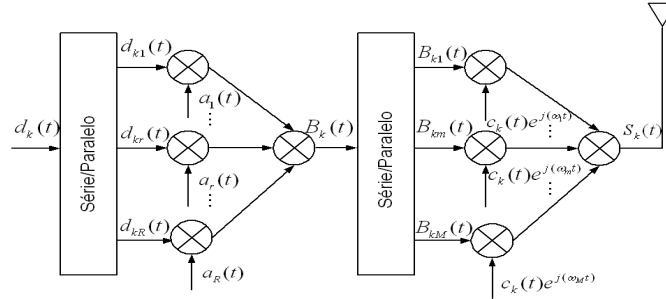


Figura 5: Estrutura do transmissor MC/MC-CDMA.

5. Sistema MC/MC-CDMA

5.1. Esquema Proposto

O transmissor mostrado na fig. 5 é composto por duas partes: a parte de multi-código e a parte de multi-portadora. Na primeira parte inicia-se com uma rajada de dados de entrada, $d_k(t)$, convertida de (S/P), resultam-se em sub-rajadas paralelas, $d_{kr}(t) = d_{kr}P_{\frac{T}{M}}(t)$. Sendo $d_{kr}(t)$ a r -ésima sub-rajada de dados de entrada e $P_{\frac{T}{M}}$ o pulso retangular de duração $\frac{T}{M}$. Espalha-se então, cada sub-rajada paralela com o conjunto de códigos ortogonais $a_r(t)$ [2] para r -ésima sub-rajada. Todas as sub-rajadas são somadas para resultar numa super-rajada, $B_k(t) = \sum_{r=1}^R d_{kr}(t)a_r(t)$, com uma taxa de bit de $\frac{RM}{T}$. Na segunda parte, o $B_k(t)$ é convertido outra vez em (S/P), espalhando-se com uma específica seqüência PN, dada por $c_k(t)$ [2] e modulado com multi-portadoras ortogonais. Finalmente, o sinal somado resulta no $S_k(t)$, que é transmitido pelo transmissor

$$\begin{aligned} S_k(t) &= \sqrt{2P_k} \operatorname{Re} \left[B_{km}(t) c_k(t) e^{j(\omega_m t)} \right] \\ &= \sqrt{2P_k} \sum_{m=1}^M \sum_{r=1}^R \operatorname{Re} \left[d_{krm}(t) a_r(t) c_k(t) e^{j(\omega_m t)} \right]. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Sendo que P_k é a potência do sinal para k usuários distribuídos entre portadoras e $d_{krm}(t)$ são os dados do símbolo da sub-rajada r , da super-rajadas m . Nota-se que tanto no transmissor como no receptor, assume-se o controle de potência perfeita para cada usuário, significando que $P_1 = P_2 = \dots = P_k = P$. No receptor, como mostra a fig. 6, o sinal recebido $r(t)$ é primeiramente demodulado por uma portadora e então desespalhado por uma seqüência de código antes da conversão de (P/S). Os sinais de saída do conversor são desespalhados outra vez por cada código ortogonal, a fim recuperar a sub-rajada antes de correlacionar sobre um período T . E finalmente, usando modulação BPSK, as R sub-rajadas são recuperadas nos conversores de saída, que detectam para 1-ésimo usuários, 1-ésima sub-rajadas e 1-ésima portadoras, a saída Z_1 , referente [2], pode ser decomposta em seis partes:

$$Z_1 = Z_{DS} + Z_{MPI} + Z_{ISSI} + Z_{ICI} + Z_{MUI} + Z_{\eta}. \quad (5.2)$$

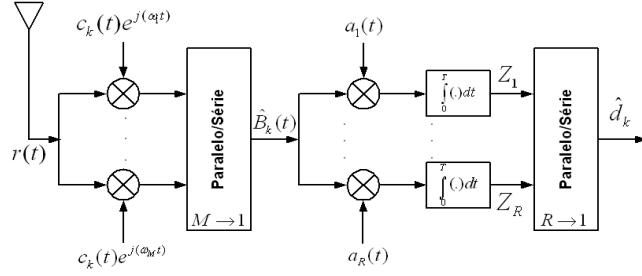


Figura 6: Estrutura do receptor MC/MC-CDMA.

5.2. Relação Sinal Ruído mais Interferência

Para obtenção SNR mais interferência (SNIR), necessita-se encontrar a variação da interferência por diferentes usuários σ_{MUI}^2 , multi-portadoras σ_{ICI}^2 , sub-rajadas σ_{ISSI}^2 e diferentes multi-trajetos σ_{MPI}^2 , definidas em [2], mais do ruído σ_η^2 , dado em Z_1 (5.2). A variação total é dada por

$$\begin{aligned} \sigma_{Total}^2 &= \frac{PT^2}{2} \left[\frac{1}{3N_c RM} \Omega(Q(L, \delta) - 1) + \frac{(R-1)}{3N_c RM} \Omega(Q(L, \delta)) \right. \\ &+ \left[\sum_{m=2}^M \frac{(F_m^c - F_m^s)}{4\pi^2 R^2 (m-1)^2 N_1} \right] \Omega(Q(L, \delta) + (k-1)R) \left. \frac{1}{3N_c RM} \right] \quad (5.3) \\ &+ \sum_{m=1}^M \frac{1}{4\pi^2 R^2 (m-1)^2 N_1} [F_m^c - F_m^s] \Omega(Q(L, \delta) + \frac{1}{2} \frac{PT}{N_0}), \end{aligned}$$

onde F_m^s e F_m^c são referentes à [2], m denota-se a m -ésima portadora e o N_1 é o número de chip do símbolo dos dados de entrada antes da primeira conversão S/P. A variância do termo do ganho do trajeto [1] é $\sum_{l=1}^L Var[\beta_{1l}] = \Omega(Q(L, \delta))$. $E_b = PT$ a energia do bit, o componente de variação pode ser expresso no termo de E_b/N_0 .

Sendo o sinal desejado, $Z_{DS} = \sqrt{\frac{P}{2}} \beta_{11} T$ [2], β_{11} é uma v.a de média zero com $Var[\beta_{11}] = \Omega$, P a potência do sinal e T a duração do bit por rajadas de dados de entrada. A SNIR, para o usuário ($k = 1$), para a 1-ésima sub-rajada, para a portadora ($m = 1$) e para o trajeto ($l = 1$), é dada por

$$SNIR = \gamma = \frac{S}{\sigma_{Total}^2} = \frac{(Z_{DS})^2}{\sigma_{Total}^2} = \frac{\frac{P}{2} (\beta_{11})^2 T^2}{\sigma_{Total}^2}. \quad (5.4)$$

5.3. Probabilidade de Erro do Bit

A probabilidade de erro do bit da SNIR é dada por [3],[1],[5]

$$P_e(\beta_{11}) = \frac{1}{2} \text{erfc}(\sqrt{\gamma}). \quad (5.5)$$

Para se computar a média de BER, integra-se a probabilidade de erro condicionado em B, da seguinte forma:

$$P_e = \int_0^{\infty} f_{\gamma}(\gamma) P_e(\beta_{11}) d\gamma. \quad (5.6)$$

6. Resultados e Conclusões

Nesta seção, os resultados dos desempenhos dos sistemas são apresentados em termos de probabilidade média de erro do bit (prob. média), relação sinal/ruído (SNR), pela energia do bit (Eb/No).

Na fig. 7, o sistema assume com os seguintes parâmetros: número de usuários, (K) igual a 10, o período do código PN , no caso de única portadora, (N_1) igual a 60, ou seja, $N = \frac{2M}{MS+1} N_1$, o número de trajeto, no caso de única portadora, (L_1) igual a 4, o número de sub-rajadas, (M) igual a 1, $\rho = 0.25$, $\lambda = 1$ e com número de portadoras, S variável. Para um valor fixo SNR, nota-se que performance do sistema aumenta, ou seja, a prob. média diminui à medida que o número de portadora S aumenta.

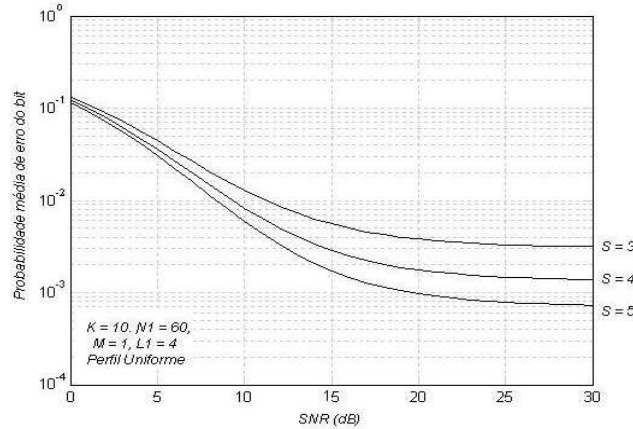


Figura 7: Performance do Sistema de Multi Portadora CDMA.

No sistema de Multi Código tem-se seguintes parâmetros: a taxa de bit da rajada original (no transmissor) é de 10^6 bps. O número de trajetos possíveis (L) igual a 3. O parâmetro de Nakagami (m) igual a 2. O número de sinais para trajetos resolvíveis (Q) igual a 2. A potência média recebida, (Ω) igual a 10 dB. $N_1 = \frac{T}{T_c} = 64$. O número de usuários (K) igual a 10.

Na fig. 8, é traçado prob média x o Eb/No , para diferentes valores de K . Mantendo o número de R igual a 16, mostra-se que quanto menor o número de usuários, menor é a prob. média, ou seja um melhor desempenho.

Na fig. 9, R igual a 1, o sistema assume como SS/CDMA e para outros valores de R representam o sistema Multi Código CDMA. Quando E_b/N_0 aumenta de 0 a 50 dB, a prob. média para R igual a 1 é aproximadamente 10^{-2} mas para R igual a 32, a probabilidade diminui para 10^{-7} . Isso mostra que, para o sistema de multi código tem uma boa performance em relação a único código.

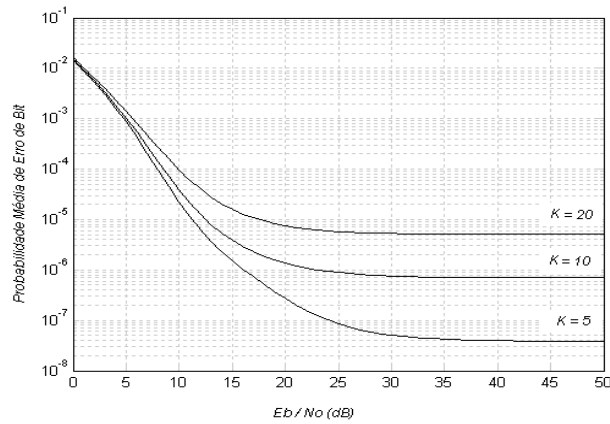


Figura 8: Efeito da variação do número de usuários, no sistema de Multi-Códigos.

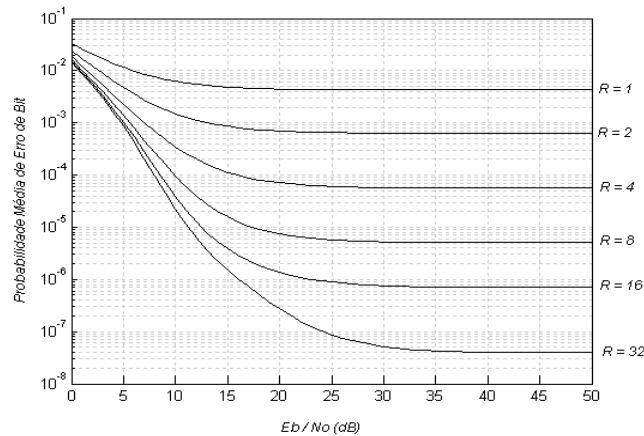


Figura 9: Performance do EGC para diferentes sub-rajadas, no sistema de Multi-Códigos.

Na fig. 10, os parâmetros usados são: parâmetro de Nakagami (m) igual 1 (*Rayleigh*), o número de multi-trajetos (L) igual a 3, o número de sub-rajadas (R) igual a 16, o número de portadoras (M) igual a 16, o número de usuários (K) igual a 20, a potência média (Ω) igual a 10 dB e o fator deteriorização para multi-trajetos (δ) igual a 5×10^{-7} . Esta figura mostra que o sistema MC/MC-CDMA tem a prob. média mais baixa do que os outros sistemas comparados. Este é certamente um desempenho superior em um E_b/N_0 mais elevado.

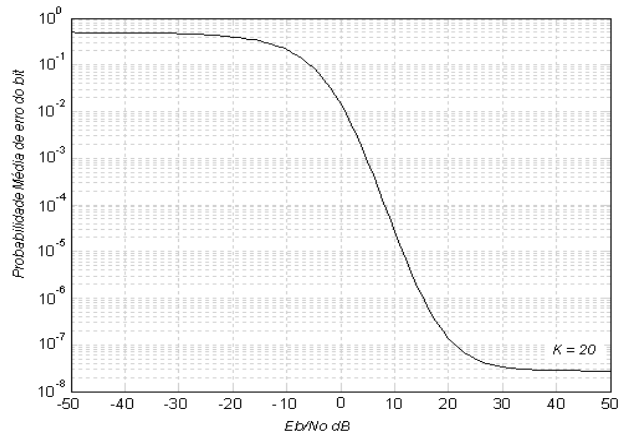


Figura 10: *Performance do sistema MC/MC - CDMA.*

Abstract. The Multi Carrier/Multi Code CDMA (MC/MC-CDMA) technique is analysed through a performance comparison between Multi Code CDMA and Multi Carrier CDMA. The results show that the MC/MC-CDMA system has a higher performance compared to the other systems, which allows it to be used for future generations of telecommunications equipments.

Referências

- [1] S.A. Khorbotly, "Performance Analysis of Multi Code Spread Spectrum CDMA Modulation", Master Degree Thesis, The University of Akron, 2003.
- [2] J.W. Lee, "Performance Analysis of a Multi-Code Multi-Carrier CDMA Communication System", Masters Degree Thesis, University of Akron, 2004.
- [3] S.A. Matin, "Performance of Multitone CDMA Communication System with Diversity", Narrowband Signaling and Coding, Masters Degree Thesis, The University of Akron, 2001.
- [4] N.Nakagami, W.G. Hoffmam, The m-distribution, a general formula for intensity distribution of radip fading, in "Statistical Methods in Radio Wave Propagation", ed. Oxford, U.K. Pergamon, pp 3-35, 1960.
- [5] B. Sklar, "Digital Communication, Fundamentals and Applications", 2nd edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2001.
- [6] E.A. Sourour, M. Nakagawa, Performance of orthogonal multicarrier CDMA in a multipath fading channel, *IEEE Trans. Commum*, **44**, No. 3 (1996), 356-367.