

Estudo Dinâmico da População de Mosquitos *Aedes Aegypti*

C.P. FERREIRA¹, H.M. YANG², Departamento de Matemática Aplicada, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, Cx.P. 6065, 13081-970 Campinas, SP, Brasil.

Resumo. O ciclo de vida do mosquito *Aedes aegypti*, transmissor da dengue, é composto de quatro fases: ovo, larva, pupa e mosquito adulto. Com o intuito de quantificar cada uma dessas fases e medir o impacto das diferentes formas de controle utilizadas pela SUCEN, desenvolveu-se um modelo determinístico compartimental que descreve a dinâmica desta população e considera a dependência temporal de seus parâmetros.

1. Introdução

A dengue é uma doença transmitida pelo vetor mosquito *Aedes aegypti* para o homem ([1]). Como não há vacina, o controle da doença está restrito à população de mosquitos, de modo que a quantificação das diferentes fases do ciclo de vida do vetor, a saber, ovo, larva, pupa e mosquito adulto, é muito importante. Com o intuito de avaliar as diferentes formas de controle atualmente utilizadas pela SUCEN (Superintendência de Controle de Endemias), construiu-se um modelo determinístico compartimental que descreve a dinâmica da população de mosquitos em função de diversos parâmetros relacionados ao seu ciclo vital. Em [4] considerou-se que esses parâmetros não dependiam do tempo e os resultados analíticos obtidos mostram a existência ou não de situações que garantem a erradicação do vetor transmissor da dengue para diferentes capacidades de oviposição por parte dos mosquitos adultos fêmeas. Aqui, a dependência destes parâmetros com temperatura e umidade foi considerada, a fim de relacionar o aumento no número de casos da doença, que é observado após os períodos de chuva com temperaturas elevadas, com o crescimento da população de mosquitos. Outro fator que contribui para o aumento desta população são os ovos “escondidos”. Em condições climáticas desfavoráveis, uma fração de ovos não consegue eclodir e fica em um estado chamado latente até que estas condições melhorem. As contribuições das variações abióticas e dos ovos latentes para a dinâmica da população de mosquitos foram avaliadas e comparadas.

¹pio@ime.unicamp.br (apoio financeiro Fapesp)

²hyunyang@ime.unicamp.br (apoio financeiro Fapesp e CNPq)

2. Modelo

O ciclo de vida completo do mosquito *Aedes aegypti* é composto de quatro fases excludentes e não interceptantes, a saber: ovo (E), larva (L), pupa (P) e adulto (W). O número de ovos aumenta devido a oviposição, ϕ , e diminui conforme a eclosão destes para a fase larva, σ_e , e da taxa com que se tornam inviáveis, μ_e . O número de larvas aumenta devido a eclosão dos ovos e diminui conforme a transformação destas em pupas, σ_l , e da taxa com que elas morrem, μ_l . O número de pupas aumenta devido a transformação das larvas e diminui conforme a emergência destas em mosquitos adultos, σ_p , e da taxa com que elas morrem, μ_p . Finalmente, o número de mosquitos adultos aumenta devido a eclosão das pupas e diminui conforme a taxa com que eles morrem, μ_w .

Os mecanismos de controle podem agir em qualquer uma das quatro fases do vetor e induzem a uma mortalidade adicional na fase em que atuam. São eles: o controle mecânico pela retirada de criadouros (f) e, conseqüentemente, diminuição no número de ovos (m_e), larvas (m_l) e pupas (m_p); o controle químico larvicida que age sobre larvas (μ'_l) e pupas (μ'_p); e o controle químico adulticida que atua sobre a população de mosquitos adultos (μ'_w). A descrição detalhada dos parâmetros do modelo e de controle encontra-se em [4].

A dinâmica da população de mosquitos na presença dos três mecanismos de controle é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}E(t) &= \phi(t)F(W) \left[1 - \frac{E(t)}{(1-f)C} \right] - [\sigma_e(t) + \mu_e(t) + m_e(t)] E(t), \\ \frac{d}{dt}L(t) &= \sigma_e(t)E(t) - [\sigma_l(t) + \mu_l(t) + \mu'_l(t) + m_l(t)] L(t), \\ \frac{d}{dt}P(t) &= \sigma_l(t)L(t) - [\sigma_p(t) + \mu_p(t) + \mu'_p(t) + m_p(t)] P(t), \\ \frac{d}{dt}W(t) &= \sigma_p(t)P(t) - [\mu_w(t) + \mu'_w(t)] W(t). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Os parâmetros $\phi(t)$, $\sigma_e(t)$, $\sigma_l(t)$, $\sigma_p(t)$, $\mu_e(t)$, $\mu_l(t)$, $\mu_p(t)$ e $\mu_w(t)$ dependem fortemente do meio-ambiente, ou seja, da temperatura e da umidade, enquanto que o parâmetro C , a capacidade total de criadouros, depende das condições sociais, demográficas e econômicas de uma comunidade, uma vez que este mosquito tem habitat exclusivamente urbano.

Na ausência de vacina que possa proteger a população humana da dengue, todos os mecanismos de controle estão voltados para a população de mosquitos. Neste contexto são estudadas diferentes dinâmicas desta população ([4]), dadas pela forma da função $F(W)$. Os resultados apresentados são para a dinâmica em que a capacidade de oviposição das fêmeas depende linearmente da quantidade da população de mosquitos, isto é, $F(W) = W$.

Para o sistema (2.1) autônomo, isto é, $\sigma_e(t) = \sigma$, $\mu_e(t) = \mu_e$, etc., dado o valor de Q_0 , número médio de descendentes fêmeas viáveis que um mosquito adulto fêmea produz durante todo o seu período fértil, as soluções de equilíbrio são duas:

- (1) se $Q_0 = \frac{\sigma_e \sigma_l \sigma_p \phi}{\rho_e \rho_l \rho_p \rho_w} < 1$ tem-se a extinção da população de mosquitos (solução trivial, $W = 0$);
- (2) se $Q_0 > 1$ tem-se a infestação de mosquitos (solução não-trivial, $W > 0$).

Independente das condições iniciais todas as trajetórias dirigem-se rapidamente ou para o ponto de equilíbrio trivial ou para o ponto de equilíbrio não-trivial dependendo do valor de Q_0 , o que possibilita a eliminação da população de mosquitos através da diminuição da efetividade da procriação dos mosquitos por alguma das formas de controle disponíveis ([4]).

3. Resultados Numéricos

Nas simulações do modelo não-autônomo considera-se a dependência temporal apenas nos tempos de desenvolvimento de cada fase, $\sigma_e(t)$, $\sigma_l(t)$ e $\sigma_p(t)$. Esta simplificação não prejudica a análise do modelo, já que as mudanças qualitativas devido à inclusão da dependência temporal nas taxas de mortalidades são negligenciáveis.

3.1. Sem Controle

Inicialmente analisa-se a dinâmica da população de mosquito sem considerar os mecanismos de controle, o que equivale a fazer $f = m_e(t) = m_l(t) = m_p(t) = 0$ e $\mu'_e(t) = \mu'_p(t) = \mu'_w(t) = 0$ em (2.1). Os resultados numéricos foram obtidos através do método de Runge-Kutta de 4ª ordem.

As variações abióticas são introduzidas no modelo considerando o ano calendário dividido em apenas dois períodos: temperatura e umidade baixas (período desfavorável) e altas (período favorável). Supõe-se o período desfavorável compreendendo a maior parte do ano, com os parâmetros constantes assumindo os valores $\sigma_e^{-1} = 4,5$, $\sigma_l^{-1} = 11,7$, $\sigma_p^{-1} = 4,6$, $\mu_e^{-1} = 100$, $\mu_l^{-1} = 3$, $\mu_p^{-1} = 70$ e $\mu_w^{-1} = 17,5$ (em *dias*), $\phi = 1 \text{ dias}^{-1}$ e $C = 10$; e o período favorável compreendendo um intervalo de tempo da ordem de 75 dias, que corresponde ao período de chuvas entre janeiro/abril. Durante o período favorável as taxas de desenvolvimento podem assumir um dos conjuntos distintos de valores mostrados na Tabela 1, os quais estão associados a duas temperaturas. Os demais parâmetros não sofrem modificações durante este período.

| $T(^{\circ}C)$ | σ_e^{-1} (dias) | σ_l^{-1} (dias) | σ_p^{-1} (dias) |
|----------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 25 | 3,3 | 8 | 3,1 |
| 27 | 2,0 | 4,4 | 1,6 |

Tabela 1: Média do tempo de desenvolvimento de cada estágio para dois valores de temperatura.

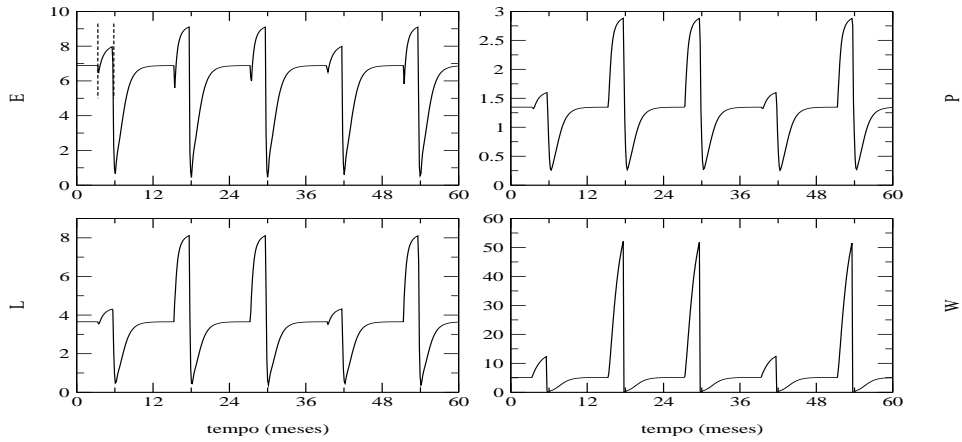


Figura 1: Evolução temporal das quatro fases do mosquito considerando períodos favorável e desfavorável em cada ano.

Durante a simulação a escolha dos parâmetros é feita da seguinte maneira: nos sucessivos períodos desfavoráveis os valores são sempre os mesmos (definidos no início da simulação), porém, nos períodos favoráveis associa-se probabilidades de sorteio P_t e $1 - P_t$ correspondentes a cada um dos dois conjuntos de dados descritos na tabela 1. Sorteia-se um número aleatório $z \in [0, 1]$ e compara-se com P_t . Se $z \leq P_t$ escolhe-se o conjunto de parâmetros relativo a temperatura de $25^\circ C$, se não, a de $27^\circ C$. Nas simulações adota-se $P_t = 0,75$ para mimetizar uma brusca variação ocorrendo esporadicamente (25% dos casos). O objetivo é simular o que ocorre na natureza, que é em média um repetição anual das 4 estações com suas temperaturas características e eventos esporádicos de variações climáticas intensas.

O resultado da variação nos tempos de desenvolvimento das fases do ciclo de vida durante os períodos favoráveis e desfavoráveis é apresentado na Figura 1. As linhas pontilhadas colocadas no primeiro pico (curva para ovos E) indicam o período favorável onde ocorre a variação nos valores dos parâmetros. Esta variação pode ser identificada como uma perturbação no sistema, que é introduzida a cada 360 dias. A diminuição observada inicialmente na população de ovos, e com menos intensidade, nas larvas e pupas, deve-se a diminuição do tempo de desenvolvimento de cada uma das fases. O aumento da população de mosquitos resulta no crescimento das demais populações. Quando a perturbação acaba, o sistema volta para o estado de equilíbrio correspondente ao período desfavorável. As maiores variações acontecem para a temperatura de $27^\circ C$ e as menores, ocorrem para a temperatura de $25^\circ C$.

Além da variação dos parâmetros de acordo com os períodos favorável e desfavorável, tem-se que, em condições desfavoráveis (seca e frio), uma parte dos ovos não consegue eclodir e permanece num estágio chamado latente, até que as condições climáticas melhorem. São os ovos “escondidos” E' . Para avaliar a contribuição dessa nova população à dinâmica do ciclo de vida do mosquito, acrescenta-se, ao

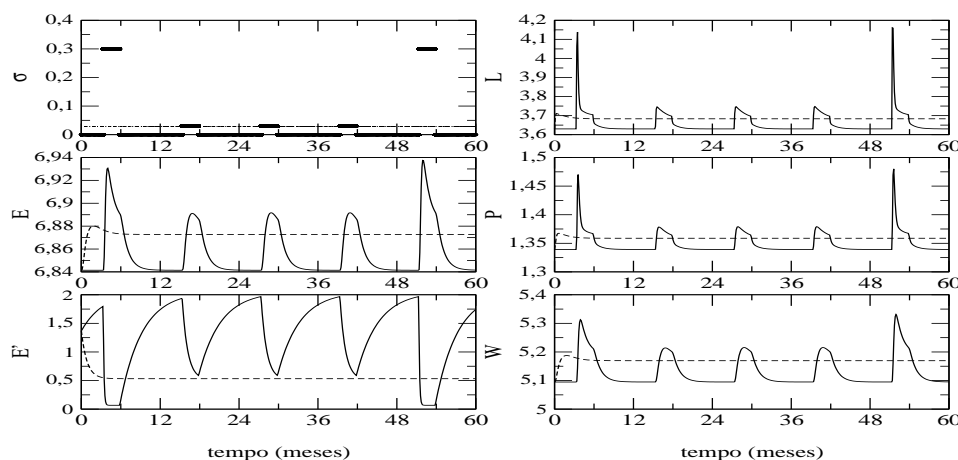


Figura 2: Evolução temporal das diferentes populações considerando-se a eclosão dos ovos latentes. A curva pontilhada corresponde à eclosão contínua.

sistema de equações descrito em (2.1), a equação

$$\frac{d}{dt}E' = \alpha E' - \mu_e' E' - \sum_n \sigma_n \theta(t - t') \theta(t'' - t) E'.$$

O parâmetro α corresponde à taxa de liberação dos ovos (a primeira equação de (2.1) é a única que muda, e deve-se acrescentar à mesma o termo $-\alpha E'$), μ_e' é a taxa de morte dos ovos latentes e σ_n é a taxa de eclosão de ovos latentes no n -ésimo ano, considerada uma variável randômica. Estes ovos eclodem num período do ano entre t_1 e t_2 de modo que, $t' = t_1 + nT$ e $t'' = t_2 + nT$, onde T depende da unidade de tempo usada, por exemplo, $T = 360$, se em *dias*.

Nas simulações escolhe-se: $\alpha = 0,003 \text{ dias}^{-1}$ e $\mu_e'^{-1} = 100 \text{ dias}$; os demais parâmetros são os mesmos usados anteriormente. Todos os parâmetros permanecem constantes (não se considera períodos favoráveis e desfavoráveis como no estudo anterior), sendo σ_n o único parâmetro que varia de ano para ano.

Na Figura 2 mostra-se a variação nos valores de equilíbrio para as diferentes populações. O aumento observado nas diferentes populações é proporcional ao valor de σ_n e acontece durante seu período de atuação $t' \leq t \leq t''$, como resultado da eclosão dos ovos latentes. Nos intervalos onde $\sigma = 0$, as diferentes populações retornam para seus valores de equilíbrio. O resultado tracejado corresponde à dinâmica em que σ é feito igual a g , onde g é uma constante, o que significa que uma parte dos ovos latentes eclode todos os dias. O valor de g é a média ponderada sobre os valores de σ_n sorteados, por exemplo, $g = 2,5(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4 + \sigma_5)/60$, onde 2,5 corresponde ao período de atuação de cada σ_n e 60, o tempo de simulação (em meses). Na simulação, escolhe-se 3 valores de σ , por exemplo $\sigma = 0,03$; 0,3 e 1,

e associa-se uma probabilidade de sorteio para cada um, $P(\sigma) = 0, 25; 0, 65$ e $0, 1$, respectivamente, de forma a considerar os eventos de variações climáticas (verões mais quentes). Comparando-se as curvas da Figura 2 com as mostradas na Figura 1 observa-se que os valores das diferentes populações durante a atuação de σ é muito pequena quando comparada com a variação devido à sazonalidade. Assim, pode-se concluir que a eclosão dos ovos latentes contribui, mas pouco, para explicar o aumento da população de mosquitos observada no verão, sendo, conseqüentemente, a dependência dos parâmetros com a temperatura a maior responsável pelo aparecimento de epidemias neste período.

3.2. Com controle

O estudo da ação dos diferentes mecanismos de controle sobre a população de mosquitos é feito individualmente, isto é, estuda-se o efeito de cada um dos mecanismos de controle anulando-se os demais. Por exemplo, o efeito de inseticida é medido pelo parâmetro μ'_w , fazendo-se $f = m_e = m_l = m_p = \mu'_l = \mu'_p = 0$ em (2.1), já o efeito de larvicida é medido pelos parâmetros μ'_l e μ'_p fazendo-se $f = m_e = m_l = m_p = \mu'_w = 0$; e o efeito do controle mecânico é medido pelos parâmetros f , m_e , m_l e m_p fazendo-se $\mu'_l = \mu'_p = \mu'_w = 0$.

De maneira a reproduzir o que é feito na prática, o controle é introduzido intermitentemente a cada 360 dias, durante um intervalo de tempo λ que depende da forma de controle adotada. No caso da aplicação de adulticida, considera-se $\lambda = 10$ dias, e para larvicida, $\lambda = 50$ dias. O último contempla a duração do efeito residual de uma aplicação, e o primeiro tem efeito apenas de um dia. Durante a simulação permitiu-se a variação nos tempos de desenvolvimento nas diferentes fases do ciclo de vida do mosquito, conforme a tabela 1, e procurou-se identificar a melhor época de aplicação do controle em relação ao período de variação destes parâmetros.

Na Figura 3 pode-se ver a dinâmica da população de mosquitos adultos quando nenhuma forma de controle é aplicada (curvas pontilhadas) e quando se introduz alguma forma de controle (curvas contínuas). Em (A) foi feita a aplicação de inseticida, em (B), larvicida e, em (C), o controle mecânico. O intervalo τ vai de 100 a 175 dias e corresponde ao período de variação dos parâmetros (escolhe-se $27^\circ C$). A população de mosquitos cresce durante este período atingindo seu valor máximo em 175 dias, que coincide com o final do intervalo τ . Pode-se observar que, durante a aplicação do controle, há uma diminuição na população de mosquitos, que retorna lentamente para seu valor de equilíbrio finda a atuação do controle. Somente no caso do controle mecânico ocorre um deslocamento da linha de base, indicando que os valores de equilíbrio das populações foram alterados (diminuíram). Isto ocorre porque se considerou que não há reposição dos criadouros retirados.

Os controles são introduzidos no sistema dinâmico como taxas de mortalidade adicionais em cada fase em que atuam. Estas taxas adicionais apresentam dificuldades na sua interpretação biológica e, também, para efeitos de comparação das formas de controle adotadas. Por isso, para melhor comparar a efetividade dos três mecanismos de controle, a área do gráfico obtido das simulações com controle, A_1 , foi comparada com a área obtida da simulação sem controle, A_0 , de maneira que

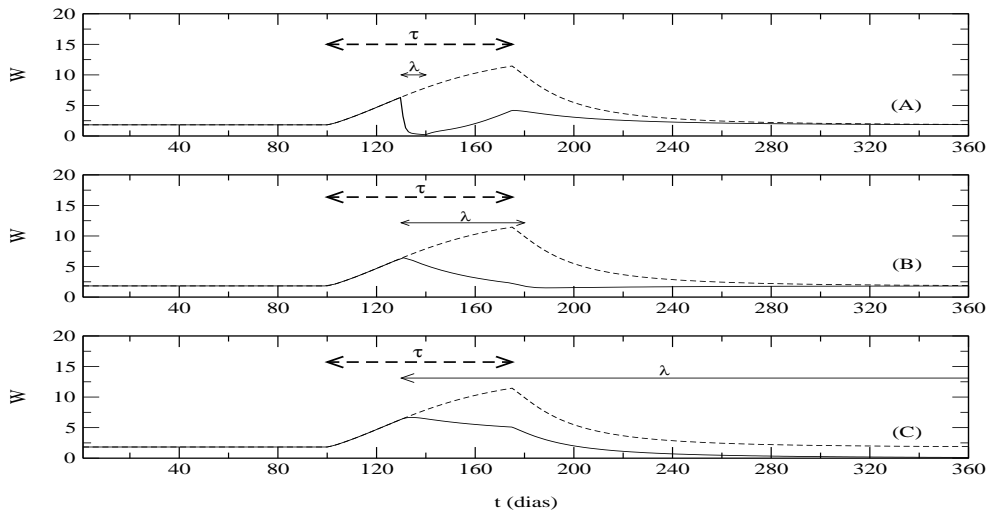


Figura 3: Comparação da população de mosquitos com controle (curvas contínuas) e sem controle (curvas pontilhadas) em 1 ano de calendário. Os controles são: aplicação de adulticida (A), larvicida (B) e controle mecânico (C).

a eficiência, $J = 100 \times (1 - A_1/A_0)$, fornece a porcentagem de mosquitos mortos. Se $A_1 = A_0$, o mecanismo de controle adotado não conseguiu eliminar nenhum mosquito, tem-se, então, $J = 0$.

Na Figura 4 mostra-se o resultado obtido para a aplicação de adulticida. Para o mesmo período de aplicação (10 dias), pode-se variar o início da aplicação t_i que se encontra sempre no período favorável. Em (a) mostra-se que existe um valor para o tempo inicial da aplicação do inseticida, t_i , para o qual o controle alcança sua máxima eficiência. Qualitativamente, isso ocorre no meio do período de variação dos parâmetros do modelo, $t_i \sim 140$ dias, quando a população de mosquitos ainda está crescendo, indicando que este tipo de controle deve ser feito no meio do verão. Pode-se observar também, em (b), que a eficiência depende de μ'_w , isto é, quanto maior o valor de μ'_w maior será a porcentagem de mosquitos mortos. Vale ressaltar que valores diferentes de μ'_w não deslocam o máximo do gráfico $J \times t_i$. O gráfico da porcentagem de mosquitos mortos em função de μ'_w mostra uma saturação, indicando que, nesta região, um aumento considerável na aplicação de adulticida tem pouca eficiência na eliminação de mosquitos. Como a aplicação do controle representa um custo para os órgãos responsáveis, no caso a SUCEN, a identificação do intervalo em que a variação de J com μ'_w é grande ($\mu'_w \leq 2 \text{ dias}^{-1}$) é muito importante, pois fora desta região ocorre uma melhora pífia. Esta sensibilidade ([3]) pode fornecer uma relação entre custo e benefício.

No caso de larvicida, como mostra a Figura 5, a eliminação das larvas e pupas no início do crescimento da população de mosquitos ($t_i \sim 110$ dias) mostra-se mais eficiente. Nos dois casos analisados, a dependência com o tempo de atuação do

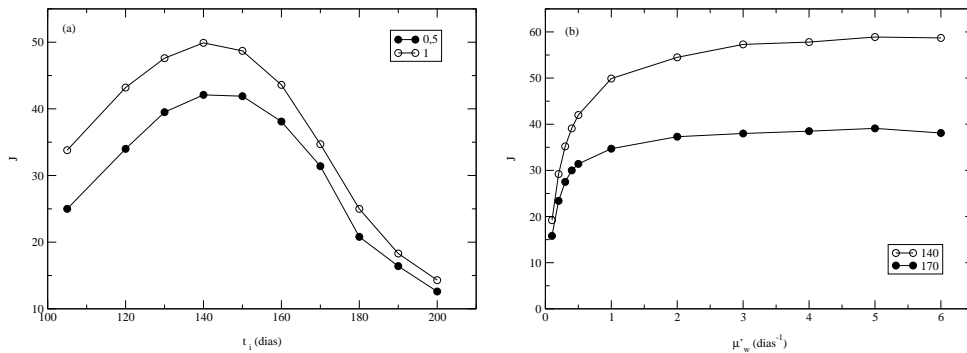


Figura 4: Aplicação de adulticida durante 10 dias. Em (a) tem-se a porcentagem de mosquitos adultos mortos em função do tempo inicial da primeira aplicação para $\mu'_w = 0,5$ (●) e 1 (○) em dias^{-1} ; e em (b) a variação com μ'_w para $t_i = 140$ (●) e 170 (○) em dias.

controle indica que, quanto maior o valor de λ , mais cedo deve ser feito o controle (t_i menores). Além disso, se o controle for feito próximo ao final do período favorável, um aumento em λ não produz uma melhora significativa no número de mosquitos mortos. Por isso, a larvicida deve ser aplicada antes do aumento dos mosquitos.

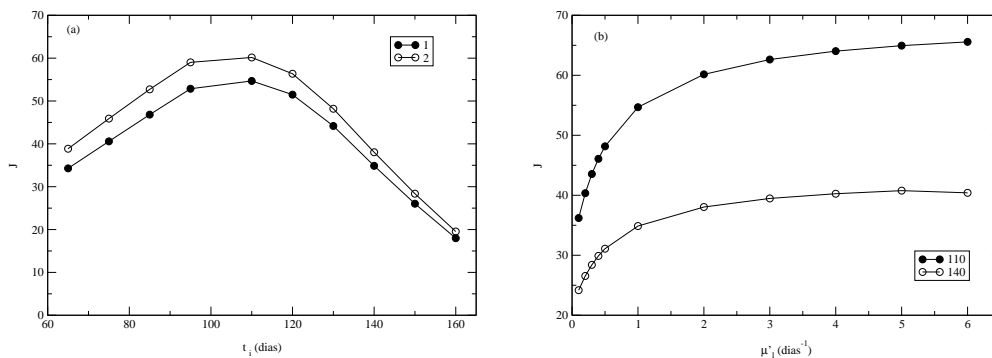


Figura 5: Aplicação de larvicida durante 50 dias. Em (a) tem-se a porcentagem de mosquitos adultos mortos em função do tempo inicial da primeira aplicação para $\mu'_l = 1$ (●) e 2 (○) em dias^{-1} ; e em (b) a variação com μ'_l para $t_i = 110$ (●) e 140 (○) em dias dado que $\mu'_p = 0,5 \text{ dias}^{-1}$.

O resultado do controle mecânico pode ser visto na Figura 6. Ao contrário dos casos anteriores, não existe um máximo no gráfico $J \times t_i$, indicando que quanto mais cedo for feito este controle, melhor será o resultado. Neste caso também não há saturação de forma que este é, sem dúvida, a melhor forma de controle da população de mosquitos e, conseqüentemente, da dengue.

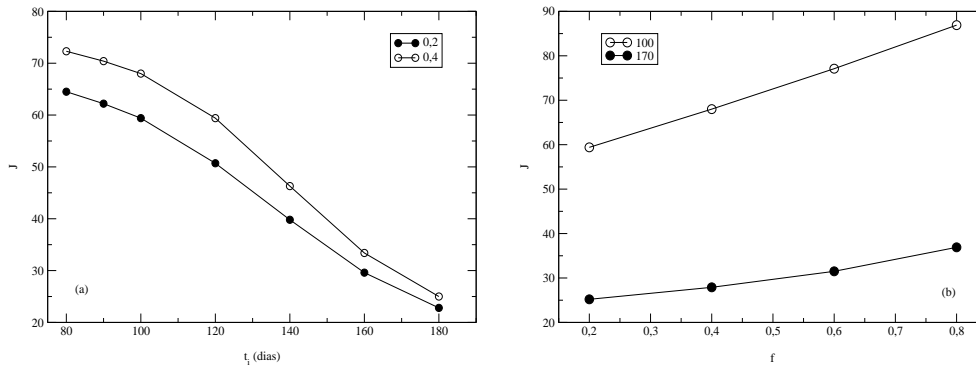


Figura 6: Controle mecânico. Em (a) porcentagem de mosquitos adultos mortos em função do tempo inicial da primeira aplicação para $f = 0,2$ (●) e $0,4$ (○); e em (b) a variação com f para $t_i = 100$ (●) e 170 (○) em dias.

4. Conclusão

São vários os fatores que contribuem para o aumento da população de mosquitos, dentre eles pode-se citar a diminuição no tempo de desenvolvimento do vetor e a eclosão dos ovos escondidos, ambas relacionadas a variações abióticas. Para medir a contribuição de cada um desses fatores para a dinâmica da população de mosquitos considerou-se o ano calendário dividido em dois períodos, favorável (temperaturas e umidade altas) e desfavorável (temperaturas e umidade baixas). Durante o período favorável os tempo de desenvolvimento em cada fase são menores e/ou ocorre eclosão dos ovos “escondidos”. O resultado obtido mostra que a eclosão dos ovos latentes contribui pouco para as variações observadas nas diferentes populações, sendo, portanto, a maior contribuição dada pela diminuição nos tempo de desenvolvimento de cada fase. Estudou-se apenas a variação abiótica dos parâmetros, contudo, na dinâmica da população de mosquitos a contribuição de ovos latentes superpõe-se ao primeiro aumentando ainda mais a infestação no período favorável.

O efeito da aplicação isolada de cada um dos mecanismos de controle foi estudado considerando variações nos parâmetros do modelo. Procurou-se identificar o melhor período de início da aplicação do mesmo em relação às variações abióticas (período favorável) e a menor relação para custo versus benefício. Como resultado, observou-se que a aplicação de larvicida tem efeitos semelhantes à aplicação de adulticida. Nestes dois casos existe a saturação do gráfico de J versus taxa de mortalidade adicional, onde J mede a porcentagem de mosquitos mortos devido a atuação do controle. Entretanto, a primeira estratégia deve ser feita (para se obter o maior rendimento) no início do verão e a segunda na época de maior infestação do vetor devido à forma da curva de J com t_i . Mostrou-se, também, que o controle mecânico é, sem dúvida, a melhor forma de controle, o que ressalta a importância dos programas de divulgação da forma de transmissão da doença nas comunidades.

O parâmetro que proporcionou o estudo comparativo entre os mecanismos de

controle relacionou a taxa de mortalidade adicional à diminuição do número de mosquitos, J . Este parâmetro J pode ser, também, relacionado com o custo da aplicação de um mecanismo de controle. Por isso, ele tem a sua importância na medida em que oferece às autoridades sanitárias a possibilidade de escolher, para um dado mecanismo de controle, a melhor forma de sua aplicação e o menor custo, resultando na maior eficácia e eficiência. Uma vez que existem possibilidades de aplicar combinações de dois a dois ou as três formas de controle (estratégias de controle), este parâmetro J , sendo associado ao custo monetário de cada estratégia, fornece subsídios para determinar aquela que resulte na melhor relação entre benefício e custo.

O próximo passo é relacionar o aumento na população de mosquitos observado no período favorável com o aumento dos casos de dengue observado no verão. Para isso, a dinâmica da população de mosquitos com controle é acoplada à dinâmica da transmissão da dengue ([5]), para estudar a erradicação desta doença.

Abstract. The entire life cycle of *Aedes aegypti* is composed by four phases: egg, larvae, pupa and mosquito. In order to quantify these phases a deterministic compartmental model was developed. This model considered the parameters depending on the time.

Referências

- [1] C.M. Glasser e colaboradores, Dengue no Estado de São Paulo: Exemplo de complexidade do problema neste final de século, *Revista CIP II*, **4** (1999), 11-20.
- [2] J.D. Murray, “Mathematical Biology”, Springer-Verlag, New York, 1989.
- [3] H.M. Yang, A mathematical model for malaria transmission considering global warming and local socio-economic conditions – The sensitivity analysis, *Rev. Saúde Pública*, **35**, No. 3 (2001), 224-231.
- [4] H.M. Yang, C.P.Ferreira e S. Ternes, Dinâmica populacional do vetor transmissor da dengue, em “Seleta do XXV CNMAC” (E.X.L. de Andrade et al., eds.), TEMA Tend. Mat. Apl. Comput., **4**, No. 2 (2003), 287-296.
- [5] H.M. Yang, Epidemiologia da transmissão da dengue, em “Seleta do XXV CNMAC” (E.X.L. de Andrade et al., eds.), TEMA Tend. Mat. Apl. Comput., **4**, No. 3 (2003), no prelo.