

Técnicas de Geração de Superfícies Topográficas Suaves Através de Malhas Triangulares

F. S. de SOUSA¹, M. MENEGUETTE JR², Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências e Tecnologia, UNESP, Cx.P. 957, 19060-900 Presidente Prudente, SP, Brasil.

Resumo. O objetivo deste trabalho é encontrar métodos de suavizar uma malha triangular de pontos do espaço euclidiano, a fim de visualizar a superfície que melhor se ajusta a esta malha. Para isso, foi necessário um estudo sobre algumas parametrizações utilizadas nas reconstruções de superfícies, tais como as de *Coons*, *Bézier* e *B-Spline*, resultando em eficientes algoritmos para a determinação de tais superfícies.

1. Introdução

A representação de superfícies topográficas no computador pode ser feita através de malhas poligonais, de modo que as faces desta malha sejam formadas por triângulos. Estas superfícies são chamadas de *malhas triangulares*. Este tipo de representação é extremamente fácil e evita, por exemplo, uma triangulação de *Delaunay*, reduzindo consideravelmente os custos computacionais de visualização.

Neste sentido, buscamos, neste trabalho, algumas técnicas de reconstrução de superfícies suaves a partir de uma malha triangular, que nada mais são do que métodos de ajustes de superfícies, nos quais destacamos superfícies de *Bézier* e *B-Spline*.

Há ainda uma outra forma de parametrização destas superfícies, chamadas superfícies de *Coons*, que utilizam dados não intuitivos, como curvas de contorno e vetores tangente, dificultando sua utilização.

2. Superfícies de Coons

Superfícies de *Coons* necessitam da descrição das curvas de contorno e/ou vetores tangentes e mistos das mesmas, dependendo do grau de precisão requerido na reconstrução da superfície. Esta será obtida através de funções de combinação, que irão ditar o formato da superfície.

Serão descritos, a seguir, dois tipos de superfícies de *Coons*, que são classificados a partir de suas funções de combinação: a linear e a bicúbica.

¹fsimeoni@icmc.sc.usp.br

²messias@prudente.unesp.br

2.1. Superfície de Coons linear

Uma superfície de *Coons* linear é obtida através das quatro curvas de controle $P(u, 0)$, $P(u, 1)$, $P(0, w)$ e $P(1, w)$, supostas conhecidas, e de uma função de combinação bilinear usada para determinar os pontos sobre a superfície.

Uma primeira tentativa de representar parametricamente tal superfície é tomar a combinação bilinear das curvas de contorno nas direções de u e w , ou seja,

$$Q(u, w) = P(u, 0)(1 - w) + P(u, 1)w + P(0, w)(1 - u) + P(1, w)u.$$

No entanto, examinando o resultado nos cantos da superfície, por exemplo em $Q(0, 0)$, tem-se

$$Q(0, 0) = P(0, 0) + P(0, 0) = 2P(0, 0).$$

E sobre os caminhos, por exemplo em $Q(0, w)$, tem-se

$$Q(0, w) = P(0, 0)(1 - w) + P(0, 1)w + P(0, w).$$

Nenhum destes resultados correspondem aos dados originais da superfície como visto. Este problema ocorre porque os pontos extremos da superfície (cantos) são contados duas vezes, por exemplo, o ponto $P(0, 0)$ está contido nas curvas de contorno $P(u, 0)$ e $P(0, w)$.

O resultado correto é obtido subtraindo-se os excessos dados pelos pontos extremos. Isto resulta em

$$\begin{aligned} Q(u, w) &= P(u, 0)(1 - w) + P(u, 1)w + P(0, w)(1 - u) \\ &\quad + P(1, w)u - P(0, 0)(1 - u)(1 - w) \\ &\quad - P(0, 1)(1 - u)w - P(1, 0)u(1 - w) - P(1, 1)uw. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Assim, nos pontos extremos da superfície,

$$\begin{aligned} Q(0, 0) &= P(0, 0), \\ Q(0, 1) &= P(0, 1), \\ Q(1, 0) &= P(1, 0), \\ Q(1, 1) &= P(1, 1). \end{aligned}$$

E, sobre as curvas de contorno,

$$\begin{aligned} Q(u, 0) &= P(u, 0), \\ Q(u, 1) &= P(u, 1), \\ Q(0, w) &= P(0, w), \\ Q(1, w) &= P(1, w). \end{aligned}$$

Colocando (2.1) na forma matricial, obtém-se

$$\begin{aligned} Q(u, w) &= \begin{bmatrix} 1 - u & u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(0, w) \\ P(1, w) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P(u, 0) & P(u, 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - w \\ w \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} 1 - u & u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(0, 0) & P(0, 1) \\ P(1, 0) & P(1, 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - w \\ w \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

ou ainda, mais resumidamente,

$$Q(u, w) = \begin{bmatrix} 1-u & u & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -P(0,0) & -P(0,1) & P(0,w) \\ -P(1,0) & -P(1,1) & P(1,w) \\ P(u,0) & P(u,1) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-w \\ w \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

As funções $(1-u)$, u , $(1-w)$ e w são chamadas funções de combinação, pois elas combinam as curvas de contorno para produzir o formato interno da superfície.

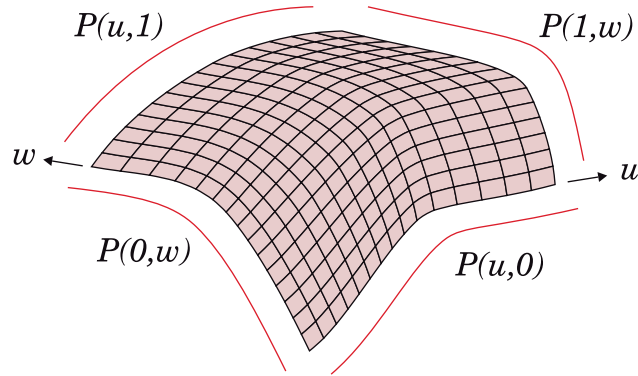


Figura 1: Superfície de Coons linear.

2.2. Superfície de Coons bicúbica

A superfície de Coons linear, apesar de fácil implementação, não tem flexibilidade suficiente para muitas aplicações.

As descrições de superfícies discutidas nesta e nas seções seguintes, trazem esta requerida flexibilidade usando polinômios de alto grau, tanto para as curvas de contorno quanto para as funções de combinação que descrevem o formato da superfície.

Superfícies de Coons bicúbicas utilizam splines cúbicas (ver mais detalhes em [3] e [5]) em todas as quatro curvas de contorno e funções de combinação, também cúbicas, são usadas para definir o formato da superfície.

Assim, cada curva de contorno tem a seguinte forma geral:

$$P(t) = B_1 + B_2t + B_3t^2 + B_4t^3, \quad 0 \leq t \leq 1. \quad (2.3)$$

Para uma spline cúbica simples, onde são conhecidos os vetores de posição e os vetores tangente, cada uma das quatro curvas de contorno $P(u,0)$, $P(u,1)$, $P(0,w)$ e $P(1,w)$ são dadas por:

$$P(t) = [T] [N] [G] = \begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P'_1 \\ P'_2 \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

onde $0 \leq t \leq 1$ e assume os valores de u ou w , conforme for apropriado. Aqui, P_1 , P_2 , P'_1 e P'_2 são os vetores de posição e os vetores tangente dos extremos de cada curva considerada.

As funções de combinação são idênticas para as direções u e w , tendo sua forma geral dada por:

$$[F] = [F_1(t) \quad F_2(t) \quad F_3(t) \quad F_4(t)] = [T] [N], \quad (2.5)$$

ou seja,

$$[F] = [t^3 \quad t^2 \quad t \quad 1] \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Desenvolvendo este produto, obtemos

$$\begin{aligned} F_1(t) &= 2t^3 - 3t^2 + 1, \\ F_2(t) &= -2t^3 + 3t^2, \\ F_3(t) &= t^3 - 2t^2 + t, \\ F_4(t) &= t^3 - t^2, \end{aligned}$$

onde t assume o valor de u ou w conforme for apropriado.

Com isso, uma superfícies de Coons bicúbica é dada por:

$$Q(u, w) = [F_1(u) \quad F_2(u) \quad F_3(u) \quad F_4(u)] \quad (2.7) \\ \times \begin{bmatrix} P(0,0) & P(0,1) & P_w(0,0) & P_w(0,1) \\ P(1,0) & P(1,1) & P_w(1,0) & P_w(1,1) \\ P_u(0,0) & P_u(0,1) & P_{uw}(0,0) & P_{uw}(0,1) \\ P_u(1,0) & P_u(1,1) & P_{uw}(1,0) & P_{uw}(1,1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1(w) \\ F_2(w) \\ F_3(w) \\ F_4(w) \end{bmatrix},$$

para $0 \leq u \leq 1$ e $0 \leq w \leq 1$. Usando a equação (2.5), pode-se escrever (2.7) de uma forma mais compacta:

$$Q(u, w) = [U] [N] [P] [N]^T [W], \quad (2.8)$$

onde $[U] = [u^3 \quad u^2 \quad u \quad 1]$ e $[W] = [w^3 \quad w^2 \quad w \quad 1]^T$.

A matriz $[P]$, dada pela equação (2.7), contém todas as informações requeridas para gerar uma superfícies de Coons bicúbica. As submatrizes 2×2 em cada canto de $[P]$ contém:

$$[P] = \left[\begin{array}{c|c} \text{vetores extremos} & \text{vetores tangente} \\ \text{(de canto)} & \text{(direção } w \text{)} \\ \hline \text{vetores tangente} & \text{vetores de derivadas} \\ \text{(direção } u \text{)} & \text{mistas (} u \text{ e } w \text{)} \end{array} \right]$$

Assim, uma superfícies bicúbica é definida pelos quatro vetores de posição (cantos), oito vetores tangente (dois em cada canto) quatro vetores de derivadas mistas, também nos cantos, e por quatro funções de combinação cúbicas F_1 , F_2 , F_3 e F_4 .

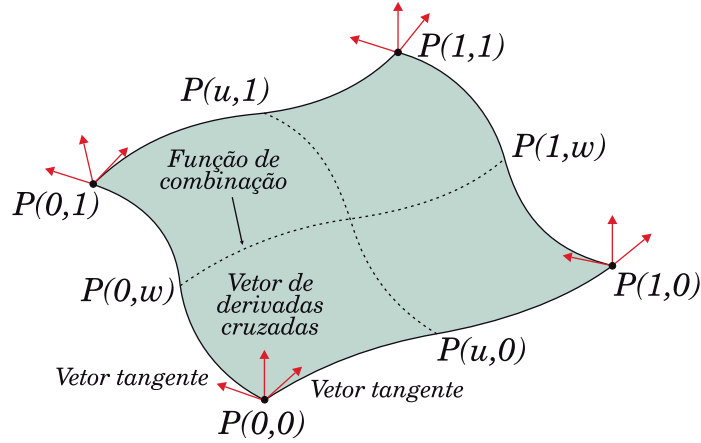


Figura 2: Geometria de uma superfície de Coons bicúbica.

As derivadas paramétricas em qualquer ponto da superfície são obtidas derivando-se formalmente a equação (2.8), resultando:

$$\begin{aligned} Q_u(u, w) &= \frac{\partial Q}{\partial u}(u, w) = [U'] [N] [P] [N]^T [W], \\ Q_w(u, w) &= \frac{\partial Q}{\partial w}(u, w) = [U] [N] [P] [N]^T [W'], \\ Q_{uw}(u, w) &= \frac{\partial^2 Q}{\partial u \partial w}(u, w) = [U'] [N] [P] [N]^T [W'], \\ Q_{uu}(u, w) &= \frac{\partial^2 Q}{\partial u^2}(u, w) = [U''] [N] [P] [N]^T [W], \\ Q_{ww}(u, w) &= \frac{\partial^2 Q}{\partial w^2}(u, w) = [U] [N] [P] [N]^T [W''], \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned} [U'] &= [3u^2 \quad 2u \quad 1 \quad 0], \\ [W'] &= [3w^2 \quad 2w \quad 1 \quad 0]^T, \\ [U''] &= [6u \quad 2 \quad 0 \quad 0], \\ [W''] &= [6w \quad 2 \quad 0 \quad 0]^T. \end{aligned}$$

O vetor normal à superfície, importante para determinação de superfícies ocultas e para aplicação em modelos de iluminação, é facilmente calculado pelo produto vetorial:

$$\vec{n} = Q_u \times Q_w. \quad (2.9)$$

Apesar de muito flexível e de uma descrição precisa, este tipo de superfície é pouco aplicável devido a grande quantidade de informações requeridas pelo usuário para gerar a superfície. No entanto, com esta descrição matemática pode-se obter um eficiente algoritmo.

3. Superfícies de Bézier

Superfícies de *Coons* bicúbicas consistem em uma flexível e poderosa ferramenta no desenvolvimento de superfícies. No entanto, devido ao uso de *splines* cúbicas, sua utilização é prejudicada pela necessidade de especificar informações matemáticas precisas e não intuitivas como, por exemplo, vetores de posição, tangentes e mistos.

Muitos destes problemas podem ser resolvidos utilizando-se uma extensão de curvas de *Bézier* para superfícies. Uma superfície de *Bézier* é dada por:

$$Q(u, w) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{i,j} J_{n,i}(u) K_{m,j}(w), \quad (3.1)$$

onde $J_{n,i}(u)$ e $K_{m,j}(w)$ são funções de base de *Bernstein* nas direções paramétricas de u e w , dadas por:

$$J_{n,i}(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i},$$

$$K_{m,j}(w) = \binom{m}{j} w^j (1-w)^{m-j},$$

com $\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!}$ e $\binom{m}{j} = \frac{m!}{j!(m-j)!}$.

Aqui, os $B_{i,j}$ são os vértices da malha poligonal que define a superfície (Figura 3.). Sendo N e M os números de vértices da malha poligonal nas direções de u e w , respectivamente, então os índices n e m são dados por: $n = N - 1$ e $m = M - 1$.

Para superfícies quadriláteras, a malha poligonal deve ser topologicamente retangular, isto é, deve ter o mesmo número de vértices em cada linha poligonal.

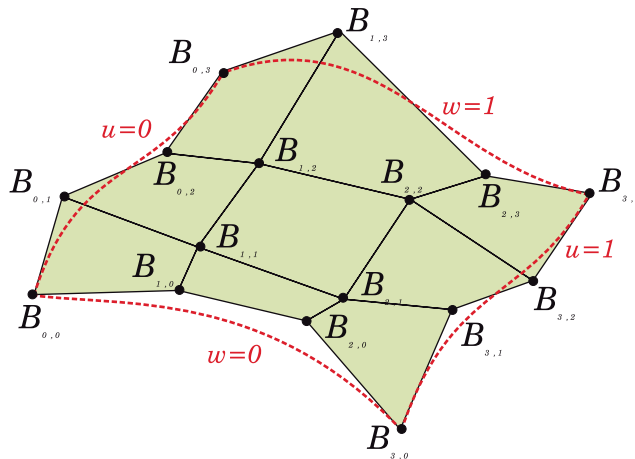


Figura 3: Malha poligonal que define a superfície de Bézier.

Devido ao fato de superfícies de *Bézier* utilizarem funções de base de *Bernstein* como funções de combinação, muitas propriedades destas superfícies são conhecidas, como por exemplo:

- o grau da superfície em cada direção paramétrica é um a menos que o número de vértices em cada direção;
- a continuidade da superfície em cada direção paramétrica é dois a menos que o número de vértices em cada direção;
- a superfície geralmente segue o formato da malha poligonal;
- somente os pontos extremos (de canto) da superfície e da malha poligonal são coincidentes;
- a superfície está contida no fecho convexo da malha poligonal;
- a superfície é invariante sob transformações afins.

A forma matricial da equação (3.1) é dada por:

$$Q(u, w) = [U] [N] [B] [M]^T [W], \quad (3.2)$$

onde

$$\begin{aligned} [U] &= [u^n \quad u^{n-1} \quad \dots \quad 1], \\ [W] &= [w^m \quad w^{m-1} \quad \dots \quad 1]^T, \\ [B] &= \begin{bmatrix} B_{0,0} & \dots & B_{0,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n,0} & \dots & B_{n,m} \end{bmatrix}, \\ [N] &= \begin{bmatrix} \binom{n}{0} \binom{n}{n} (-1)^n & \binom{n}{1} \binom{n-1}{n-1} (-1)^{n-1} & \dots & \binom{n}{n} \binom{n-n}{n-n} (-1)^0 \\ \binom{n}{0} \binom{n}{n-1} (-1)^{n-1} & \binom{n}{1} \binom{n-1}{n-2} (-1)^{n-2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \binom{n}{0} \binom{n}{1} (-1)^1 & \binom{n}{1} \binom{n-1}{0} (-1)^0 & \dots & 0 \\ \binom{n}{0} \binom{n}{0} (-1)^0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \\ [M] &= \begin{bmatrix} \binom{m}{0} \binom{m}{m} (-1)^m & \binom{m}{1} \binom{m-1}{m-1} (-1)^{m-1} & \dots & \binom{m}{m} \binom{m-m}{m-m} (-1)^0 \\ \binom{m}{0} \binom{m}{m-1} (-1)^{m-1} & \binom{m}{1} \binom{m-1}{m-2} (-1)^{m-2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \binom{m}{0} \binom{m}{1} (-1)^1 & \binom{m}{1} \binom{m-1}{0} (-1)^0 & \dots & 0 \\ \binom{m}{0} \binom{m}{0} (-1)^0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Por exemplo, para uma superfície de *Bézier* bicúbica (4×4), a equação (3.2) se reduz a

$$Q(u, w) = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} B_{0,0} & B_{0,1} & B_{0,2} & B_{0,3} \\ B_{1,0} & B_{1,1} & B_{1,2} & B_{1,3} \\ B_{2,0} & B_{2,1} & B_{2,2} & B_{2,3} \\ B_{3,0} & B_{3,1} & B_{3,2} & B_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w^3 \\ w^2 \\ w \\ 1 \end{bmatrix}.$$

As derivadas de uma superfície de *Bézier* são obtidas pela diferenciação formal da equação (3.1) ou (3.2). Tomando-se a equação (3.1), as primeiras e segundas derivadas paramétricas são:

$$Q_u(u, w) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{i,j} J'_{n,i}(u) K_{m,j}(w), \\ Q_w(u, w) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{i,j} J_{n,i}(u) K'_{m,j}(w), \\ Q_{uw}(u, w) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{i,j} J'_{n,i}(u) K'_{m,j}(w), \\ Q_{uu}(u, w) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{i,j} J''_{n,i}(u) K_{m,j}(w), \\ Q_{ww}(u, w) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{i,j} J_{n,i}(u) K''_{m,j}(w),$$

onde o apóstrofo denota a diferenciação em relação à sua respectiva variável. Para $J_{n,i}(u)$, por exemplo, as derivadas são:

$$J'_{n,i}(u) = \frac{(i - nu)}{u(1 - u)} J_{n,i}(u), \\ J''_{n,i}(u) = \frac{(i - nu)^2 - nu^2 - i(1 - 2u)}{u^2(1 - u)^2} J_{n,i}(u).$$

4. Superfícies B-Spline

Sendo uma extensão natural de superfícies de *Bézier*, uma superfície *B-Spline* é dada por:

$$Q(u, w) = \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} B_{i,j} N_{i,k}(u) M_{j,l}(w), \quad (4.1)$$

onde $N_{i,k}(u)$ e $M_{j,l}(w)$ são funções de base *B-Spline* nas direções paramétricas de u e w , respectivamente, dadas por:

$$\begin{aligned} N_{i,1}(u) &= \begin{cases} 1, & \text{se } x_i \leq u \leq x_{i+1} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \\ N_{i,k}(u) &= \frac{(u - x_i)N_{i,k-1}(u)}{x_{i+k-1} - x_i} + \frac{(x_{i+k} - u)N_{i+1,k-1}(u)}{x_{i+k} - x_{i+1}} \end{aligned} \quad (4.2)$$

e, ainda,

$$\begin{aligned} M_{j,1}(w) &= \begin{cases} 1, & \text{se } y_j \leq w \leq y_{j+1} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \\ M_{j,l}(w) &= \frac{(w - y_j)M_{j,l-1}(w)}{y_{j+l-1} - y_j} + \frac{(y_{j+l} - w)M_{j+1,l-1}(w)}{y_{j+l} - y_{j+1}}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Aqui, os $B_{i,j}$ são os vértices da malha poligonal que definem a superfície. Novamente, para superfícies quadriláteras, a malha poligonal deve ser topologicamente retangular. Sendo N e M os números de vértices da malha poligonal nas direções de u e w , respectivamente, então os índices n e m são dados por: $n = N - 1$ e $m = M - 1$.

Os valores x_i e y_j são obtidos a partir dos *vetores de nós* $[X]$ e $[Y]$, que têm uma significativa influência sobre o formato da superfície *B-Spline*. Vetores abertos, periódicos e não uniformes são usados para este fim (ver mais detalhes em [1] e [5]).

Devido ao fato de funções de base *B-Spline* serem usadas para descrever as curvas de contorno e as funções de combinação, algumas propriedades destas superfícies são imediatamente conhecidas, como por exemplo:

- a ordem máxima da superfície em cada direção paramétrica é igual ao número de vértices da malha poligonal que a define;
- a continuidade da superfície é dois a menos que sua ordem em cada direção paramétrica, ou seja, C^{k-2} e C^{l-2} nas direções u e w , respectivamente;
- a superfície é invariante sob transformações afins;
- se o número de vértices da malha poligonal é igual à ordem da superfície em cada direção paramétrica, então a superfície *B-Spline* se reduz a uma superfície de *Bézier*;
- a superfície está contida no fecho convexo da malha poligonal que a define.

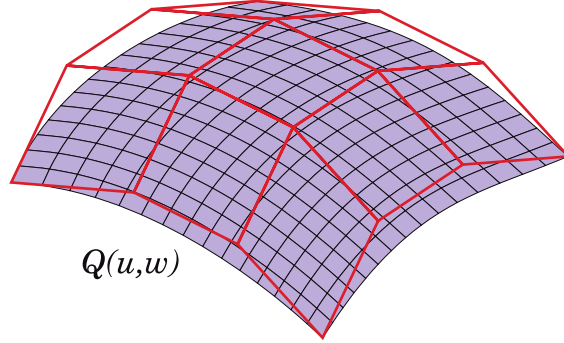


Figura 4: Superfície B-Spline e a malha poligonal que a define.

As derivadas paramétricas de uma superfície B-Spline podem ser obtidas pela diferenciação formal da equação (4.1), obtendo-se:

$$\begin{aligned}
 Q_u(u, w) &= \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} B_{i,j} N'_{i,k}(u) M_{j,l}(w), \\
 Q_w(u, w) &= \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} B_{i,j} N_{i,k}(u) M'_{j,l}(w), \\
 Q_{uw}(u, w) &= \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} B_{i,j} N'_{i,k}(u) M'_{j,l}(w), \\
 Q_{uu}(u, w) &= \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} B_{i,j} N''_{i,k}(u) M_{j,l}(w), \\
 Q_{ww}(u, w) &= \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{m+1} B_{i,j} N_{i,k}(u) M''_{j,l}(w),
 \end{aligned}$$

onde o apóstrofo denota a diferenciação em relação à sua respectiva variável. Para $N_{i,k}(u)$, por exemplo, as derivadas são:

$$\begin{aligned}
 N'_{i,k}(u) &= \frac{N_{i,k-1}(u) + (u - x_i)N'_{i,k-1}(u)}{x_{i+k-1} - x_i} \\
 &\quad + \frac{(x_{i+k} - u)N'_{i+1,k-1}(u) - N_{i+1,k-1}(u)}{x_{i+k} - x_{i+1}}, \\
 N''_{i,k}(u) &= \frac{2N'_{i,k-1}(u) + (u - x_i)N''_{i,k-1}(u)}{x_{i+k-1} - x_i} \\
 &\quad + \frac{(x_{i+k} - u)N''_{i+1,k-1}(u) - 2N'_{i+1,k-1}(u)}{x_{i+k} - x_{i+1}}.
 \end{aligned}$$

5. Resultados

Como resultado da teoria apresentada aqui, foram desenvolvidos e implementados, junto ao módulo de visualização de superfícies topográficas MicroDTM ([6] e [7]), algoritmos para a suavização de malhas triangulares utilizando dois métodos: superfícies de *Bézier* e superfícies *B-Spline*. Considere a malha triangular dada pela Figura 5.

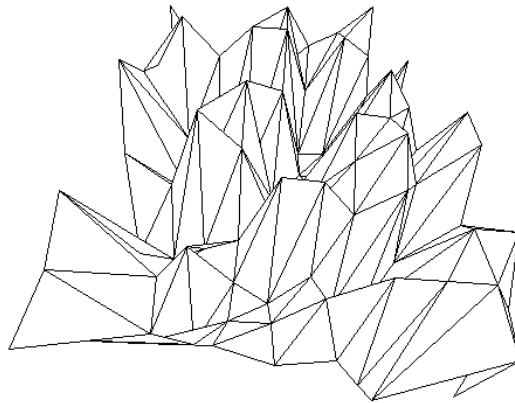


Figura 5: Malha triangular de definição.

Nas figuras seguintes, pode-se verificar as superfícies obtidas por suavização *Bézier* (Figura 6) e *B-Spline* de ordem 3 (Figura 7), com criação de 60 linhas paramétricas em ambas as direções u e w .

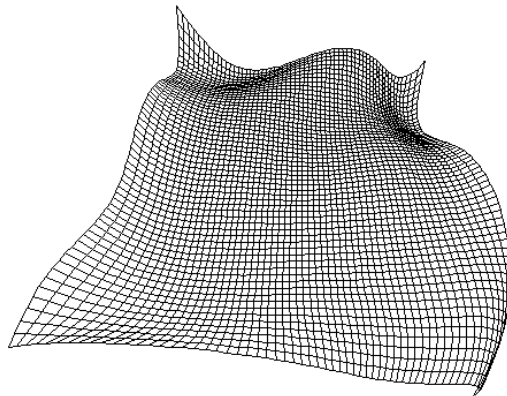


Figura 6: Superfície de *Bézier* gerada a partir da malha da figura anterior.

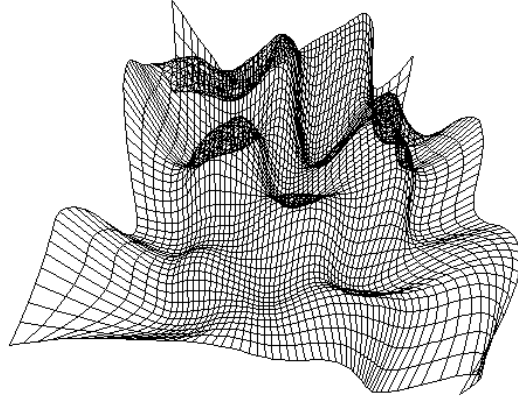


Figura 7: Superfície *B-Spline* de ordem 3 obtida da mesma malha.

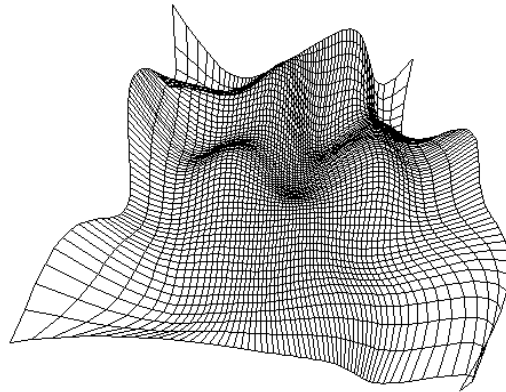


Figura 8: Superfície *B-Spline* de ordem 6.

A ordem da superfície *B-Spline* muda consideravelmente a apresentação da superfície. Por exemplo, a mesma malha poligonal pode gerar uma superfície mais suave, como visto na Figura 8.

Referências

- [1] G. Farin, “Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design”, Academic Press, 1990.
- [2] L. H. Figueiredo e P. C. P. Carvalho, Introdução à Geometria Computacional, 18^o Colóquio Brasileiro de Matemática, IMPA, 1991.
- [3] J. D. Foley, A. van Dam, S. K. Feiner and J. F. Hughe, “Computer Graphics: Principles and Practice”, Addison Wesley, 1990.
- [4] G. Glaeser, “Fast Algorithms for 3D-Graphics”, Springer-Verlag, 1994.
- [5] D. F. Rogers and J. A. Adams, “Mathematical Elements for Computer Graphics”, McGraw-Hill, 1990.
- [6] F. S. Sousa M. Meneguette Jr., Apresentação computacional de objetos 3D em vistas paralela e perspectiva, com ênfase a superfícies topográficas e isolinhas, XXI CNMAC, setembro, 1998.
- [7] F. S. Sousa e M. Meneguette Jr., MicroDTM: Um módulo para a visualização de superfícies topográficas, I Fórum de Ciências da FCT, novembro, 1998.

